

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°2 sur les leçons suivantes :

- L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles
- L'ordre dans \mathbb{R}
- La droite dans le plan

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : Les nombres $\frac{54}{40}, \frac{126}{450}, \frac{75}{90}, \frac{17}{7}, \frac{1}{3}$

Sont-ils des décimaux ?

Exercice02 : $a \in \mathbb{R}$ on pose : $H = (x+2)^2 - (x-2)^2$

1) Développer et calculer et simplifier H

2) En déduire une simplification du nombre : $(1000002)^2 - (999\ 998)^2$

Exercice03 : Calculer et simplifier $A = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

Exercice04 : Simplifier et écrire sous forme d'une puissance

$$A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3 \quad B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} \quad C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} \quad D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}}$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} \quad F = \frac{10^{-4} \times (10^3)^2}{10^3} \quad X = \frac{2^3 \times 3^5 \times 5^6}{2^5 \times 3 \times 15^4}$$

Exercice05 : On pose : $a = \sqrt{19+6\sqrt{10}}$ et $b = \sqrt{19-6\sqrt{10}}$

1) Montrer que : $a \times b = 1$

2) on pose : $u = a+b$ et $v = a-b$ Calculer u^2 et v^2

3) en déduire une écriture des nombres u et v

4) en déduire une écriture des nombres a et b

Exercice06: Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$$A = (2x+5)^2 - 36 \quad ; \quad B = x^6 + 2x^3 + 1 \quad ; \quad C = a^2 + 4b^2 - x^2 + 4ab \quad ; \quad D = x^3 - 64$$

$$E = (3x+2)^3 - 27 \quad ; \quad F = x^3 + 8 + 3(x^2 - 4) - 2(x+2)$$

$$G = 9x^2 - 6x\sqrt{2} + 2 + (1-3x)(3x - \sqrt{2}) \quad ; \quad H = (x-3)(2x-1) + x^3 - 27$$

Exercice07 : Soient : a ; b des réels strictement positifs tel que : $\frac{a}{b} \leq 1$.

Montrer que : $\frac{a}{b} \leq \frac{a+2}{b+2}$.

Exercice08 : Soient $a \in \mathbb{R}^{**}$ et $b \in \mathbb{R}^{**}$ Comparer : $x = \frac{2a+3b}{2a}$ et $y = \frac{12b}{2a+3b}$

Exercice09 : Soit x un élément de l'intervalle $\left[\frac{-5}{3}; +\infty \right[$

Comparer : 11 et $-3x + \frac{1}{2}$ en utilisant les propriétés de l'ordre.

Exercice10 : Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1|=2$ 2) $|3x+2|=|x-4|$ 3) $3|x+5|=-\frac{1}{2}$ 4) $|x-1|+|2-x|-3=0$

Exercice11 : Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$:

$2\dots[2;6[$; $6\dots[2;6[$; $3\dots[1;+\infty[$; $100\dots[0;+\infty[$; $-1\dots]-\infty;1]$; $\left\{0;\frac{1}{2};1;2\right\}\dots[0;3[$

$\{0;1;200\}\dots]0;+\infty[$; $]0;1[\dots\mathbb{Q}$.

Exercice12 : Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 6 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -2 \leq x \leq 5 \\ -5 < x < 6 \end{cases}$

Exercice13 : Résoudre les inéquations suivantes : 1) $|x| \leq \frac{1}{2}$ 2) $|2x-3| < 1$ 3) $|x+3| > \frac{4}{7}$

Exercice14 : Soient a et b deux réels tels que : $\left|\frac{3a-11}{a-2}\right| < 2$ et $\left|\frac{2b-3}{b+1}-5\right| < 2$

1) Montrer que : $3 < a < 7$ et $-6 < b < -2$

2) Encadrer les nombres : $a+b+1$ et ab

3) En déduire une comparaison des deux nombres : $2a+b$ et $\sqrt{2a^2+b^2+3ab}$

Exercice15 : Soient a et b deux réels tel que : $a \in [0;2]$ et $b \in [0;2]$

1) Montrer que : $\frac{3}{16}|a-b| \leq \left|\frac{3}{2+a} - \frac{3}{2+b}\right| \leq \frac{3}{4}|a-b|$

2) Sachant que : $0.866 \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 0.867$ et $0.707 \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \leq 0.708$

Donner une valeur approchée du réel $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ par défaut et excès à 2×10^{-3} près

3) En déduire que : $\left|\frac{3}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{3}{2+\frac{\sqrt{2}}{2}}\right| \leq 1,2 \times 10^{-1}$

Exercice16 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et soient les points $A(1,2)$;

$B(3,-2)$ et les droites : $(D_1): 6x+3y+2=0$ et $(D_2): 3x-2y-1=0$.

1) Montrer que les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes et déterminer le point d'intersection H (x ; y)

2) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

3) Etudier la position relative des droites (AB) et (D_1) .

4) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) qui passe par le point $C(1,2)$ et parallèle à (D_2)

Exercice17 : (****) Dans le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points suivants : $A(-2;1)$; $B(2;4)$

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(5;2)$

2) On associe à chaque nombre réel m la droite $(D_m): (m-1)x - 2my + 3 = 0$

Et soit (D') la droite définie par l'équation cartésienne suivante : $(D'): -\frac{2}{3}x + y - \frac{1}{3} = 0$

a) Donner la valeur de m pour que (D_m) soit parallèle a (D')

b) Donner la valeur de m pour que B soit un point de (D_m)

c) Montrer que tous les droites (D_m) passent par un point fixe E, dont vous déterminez les coordonnées.

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*