

**Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°2
sur les leçons suivantes :**

- L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles
- L'ordre dans $\mathbb{R}$
- La droite dans le plan

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$$\frac{2}{4} \dots \mathbb{Z} ; -5 \dots \mathbb{Q} ; \sqrt{3} \dots \mathbb{Q} ; \mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R} ; \mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Q} ; \sqrt{2} \dots \mathbb{R}^- ; 0 \dots \mathbb{R}^* ; -\frac{100}{20} \dots \mathbb{Z} ; \frac{\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{2}}{5} \dots \mathbb{R}^* ; -\frac{\sqrt{16}}{3} \dots \mathbb{Z} ; -\sqrt{7} \dots \mathbb{R}^- ;$$
$$\frac{7}{3} \dots \mathbb{Q}^+ ; \frac{1}{5} \dots \mathbb{D} ; \frac{1}{3} \dots \mathbb{D} ; \{0; -5; -12; -100\} \dots \mathbb{Z} ; 1 \dots \{-2; 5; 3\} ; \mathbb{R}^- \dots \mathbb{R} ; \mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}^* ; 1 \dots \emptyset ; \left\{-\frac{1}{2}; \sqrt{3}; 1\right\} \dots \mathbb{Q}$$

Exercice02 : Soit : $n \in \mathbb{N}$

Montrer que $\frac{2^{n+1} \times 7^{n+3} - 686}{2^n \times 7^{n+3} - 343} \in \mathbb{N}$.

Exercice03 : $x \in \mathbb{R}^*$ et $y \in \mathbb{R}^*$; Simplifier les expressions suivantes le plus simplement possible

$$A = (xy)^5 \times y^{-3} \times x \times x^{-4} \times y^{-1} ; \quad B = \frac{x^3 (x^2 y)^{-4}}{(x^{-1} y^5) y^{-3}}$$

Exercice04 : On pose : $A = \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

1) Montrer que : $A = \frac{3 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ 2) Montrer que : $\frac{(A-1)^2}{A} = \frac{6}{\sqrt{2}}$

3) En déduire que : $\frac{(A-1)^4}{A^2} \in \mathbb{N}$.

Exercice05 : Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$$A = 100x^3 - 25x ; \quad B = x^2 - 10x + 25 ; \quad C = 2x^2 - 5 ; \quad D = (x^2 - 1)(x - 2) - (x - 1)(5x + 1)$$

$$E = 4x^2 + 12x + 9 ; \quad F = (5x - 1)(2x - 3) - 4x^2 + 9 ; \quad G = (15x - 5)(3x - 5) - (6x - 2)(7x - 1)$$

$$H = 4x^8 - 12x^4 + 9 \quad P = 27x^3 + 8 ; \quad K = 8x^3 + 27 - 3(4x^2 - 9) - 5(2x + 3)$$

$$L = 4a^2 + b^2 - x^2 - 4ab ; \quad M = y^2 - y - 4x^2 + 2x$$

Exercice06 : On pose : $A = \sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}}$

1) Calculer : A^2

2) En déduire que : $A = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Exercice07 : Soient x et y deux réels tels que : $\left|2x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ et $\left|y - \frac{3}{4}\right| < \frac{1}{4}$

1) Montrer que : x et y appartiennent à l'intervalle : $\left]\frac{1}{2}; 1\right[$

2) a) Vérifier que : $xy - 3x - 2y - 1 = (x - 2)(y - 3) - 7$

b) En déduire que : $-5 < xy - 3x - 2y - 1 < -\frac{13}{4}$

Exercice08 : Soient $x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{R}$ tel que : $1 < x < y$; on pose : $A = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ et $B = \sqrt{x-1} - \sqrt{y-1}$

1) Préciser le signe de A et B

2) a) Montrer que : $\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ b) Dédire que : $0 < \frac{A}{B} < 1$ puis comparer A et B

3) Application : comparer : $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ et $\sqrt{3} - \sqrt{6}$

Exercice09 : Dans le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points suivants : $A(-7;2)$; $B(-1;-6)$; $C(8;-5)$ et $E(-4;0)$

1) Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-4)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ)

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

c) Montrer que : $B \in (\Delta)$

d) Déterminer les coordonnées du point F d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des ordonnées.

e) Déterminer les coordonnées du point G d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des abscisses.

2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante : $(D) \begin{cases} x = -5t - 4 \\ y = t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D)

b) Montrer que les droites (D) et (Δ) sont sécantes, puis déterminer leurs points d'intersection.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') parallèles a (D) passant par $A(-7;2)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

