Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°2 sur les leçons suivantes :

- L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles
- L'ordre dans $\mathbb{R}$
- La droite dans le plan

Exercice01 :

Soient $A=\left\{-\frac{28}{5},-3,-\sqrt{2},\sqrt{3},2,\frac{5}{2},49\right\}$, $B=\left\{-3,3,\frac{147}{3}\right\}$, $C=\left\{\sqrt{3},\frac{5}{2},49\right\}$ trois ensembles.

1) Déterminez $A\cap B;\ A\cap C;\ A\cup B;\ A\cup C;\ A\cap\mathbb{N};\ A\cap\mathbb{Z};\ A\cap\mathbb{Q};\ A\cap\mathbb{R}$.

2) Complétez $\ldots$ avec $\subset$ ou $\not\subset$.

$A\ldots\mathbb{Q}$ $\quad A\ldots\mathbb{R}$ $\quad B\ldots\mathbb{N}$ $\quad \{3,4\}\ldots A$

$B\ldots\mathbb{Z}$ $\quad B\ldots A$ $\quad C\ldots A$ $\quad \left\{-\sqrt{2},\sqrt{3}\right\}\ldots A$

3) Complétez $\ldots$ avec $\in$ ou $\notin$.

$-3\ldots B$ $\quad 2{,}5\ldots A$ $\quad -\sqrt{2}\ldots C$ $\quad \frac{5}{3}\ldots B$ $\quad -5{,}6\ldots A$ $\quad \frac{147}{3}\ldots C$

Corrigé : 1) $A\cap B=\{-3\}$ $\quad A\cap C=\left\{\sqrt{3},2,\frac{5}{2},49\right\}$ $\quad A\cup B=\left\{-\frac{28}{5},-3,-\sqrt{2},\sqrt{3},2,3,\frac{5}{2},49\right\}$

$A\cup C=\left\{-\frac{28}{5},-3,-\sqrt{2},\sqrt{3},2,3,\frac{5}{2},49\right\}$; $\quad A\cap\mathbb{N}=\{2,49\}$ $\quad A\cap\mathbb{Z}=\{-3,2,49\}$ $\quad A\cap\mathbb{Q}=\left\{-\frac{28}{5},-3,,2,\frac{5}{2},49\right\}$

$A\cap\mathbb{R}=\left\{-\frac{28}{5},-3,-\sqrt{2},\sqrt{3},2,\frac{5}{2},49\right\}$

2) $A\not\subset\mathbb{Q}$ $\quad A\subset\mathbb{R}$ $\quad B\not\subset\mathbb{N}$ $\quad \{3,4\}\not\subset A$ $\quad B\subset\mathbb{Z}$ $\quad B\not\subset A$ $\quad C\subset A$ $\quad \left\{-\sqrt{2},\sqrt{3}\right\}\subset A$

3) $-3\in B$ $\quad 2{,}5\in A$ $\quad -\sqrt{2}\notin C$ $\quad \frac{5}{3}\ldots B$ $\quad -5{,}6\in A$ $\quad \frac{147}{3}\in C$

Exercice02 : Soit : $x\in\mathbb{R}^+$ tel que : $x\sqrt{\sqrt{x}}-32=0$

Montrer que : $\sqrt{\sqrt{x}}\in\mathbb{N}$.

Corrigé : Supposons que : $x\in\mathbb{R}^+$ tel que : $x\sqrt{\sqrt{x}}-32=0$

Montrons que $\sqrt{\sqrt{x}}\in\mathbb{N}$

On a : $x\sqrt{\sqrt{x}}=\sqrt{x^2}\sqrt{\sqrt{x}}=\sqrt{x^2\sqrt{x}}=\sqrt{\sqrt{x^4}\sqrt{x}}=\sqrt{\sqrt{x^4\times x}}=\sqrt{\sqrt{x^5}}=\sqrt{\sqrt{x}^5}=\left(\sqrt{\sqrt{x}}\right)^5$

On a aussi : $x\sqrt{\sqrt{x}}-32=0$ c'est-à-dire : $x\sqrt{\sqrt{x}}=32$

Donc : $\left(\sqrt{\sqrt{x}}\right)^5=32=2^5$ c'est-à-dire : $\sqrt{\sqrt{x}}=2$

Donc : $\sqrt{\sqrt{x}}\in\mathbb{N}$

Exercice03 : On pose : $X=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

1) Déterminer le signe de X

2) Calculer X^2.

3) En déduire une écriture simple de X.

Corrigé : 1) On a : $X=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

Et on Remarque que : $3-2\sqrt{2}<3+2\sqrt{2}$

Donc : $\sqrt{3-2\sqrt{2}} < \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ et par suite : $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ est négatif

C'est à dire que : $X < 0$

2) $X^2 = \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2 - 2\sqrt{3-2\sqrt{2}}\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2$

$X^2 = 3-2\sqrt{2} - 2\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)} + 3+2\sqrt{2}$

$B^2 = 6 - 2\sqrt{3^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2}$

$X^2 = 6-2\sqrt{9-8} = 6-2\sqrt{1} = 6-2 = 4$

3) $X^2 = 4$ Equivalent à : $X = \sqrt{4}$ ou $X = -\sqrt{4}$

Equivalent à : $X = 2$ ou $X = -2$ or on a : $X < 0$ Donc : $X = -2$.

Exercice04 : Simplifier : $G = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$ et $H = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$

Corrigé : On a : $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{1}\right)^2}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{1}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{1}\right)} = \frac{3+2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{1}\right)^2} = 3+2\sqrt{2}$

Donc : $G = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2} = \left|\sqrt{2}+1\right| = \sqrt{2}+1$

$H = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} = \frac{1}{G} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)} = \frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1^2} = \sqrt{2}-1$

Exercice05 : On pose : $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

1) Montrer que : $A \times B = 2$

2) On pose : $X = A+B$ et $Y = A-B$ Calculer : X^2 et Y^2

3) En déduire une écriture simple de X et Y

4) En déduire une écriture simple de A et B

Corrigé : $A \times B = \sqrt{4+2\sqrt{3}}\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{\left(4+2\sqrt{3}\right)\left(4-2\sqrt{3}\right)}$

$A \times B = \sqrt{4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16-12} = \sqrt{4} = 2$

2) On a : $X = A+B$ et $Y = A-B$

Donc : $X^2 = \left(A+B\right)^2 = A^2 + B^2 + 2A \times B = A^2 + B^2 + 2\times 2$

Donc ; $X^2 = 4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}+2\times 2 = 12$

Et : $Y^2 = \left(A-B\right)^2 = A^2 + B^2 - 2A \times B = A^2 + B^2 - 2\times 2$

Donc : $Y^2 = 4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}-4 = 4$

3) Déduction d'une écriture simple de X et Y :

On a : $X^2 = 12$ donc : $X = \sqrt{12}$ ou $X = -\sqrt{12}$

Or on sait que : $X = A+B$ donc X est la somme de deux nombres positifs donc c'est un nombre positif

Donc : $X = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$

On a aussi : $Y^2 = 4$ et on Remarque que : $A > B$ donc : Y est positif par suite : $Y = \sqrt{4} = 2$

4) Déduire une écriture simple de A et B :

On a : $\begin{cases} X = 2\sqrt{3} \\ Y = 2 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} A+B = 2\sqrt{3} \\ A-B = 2 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre les deux équations : On trouve : $2A = 2 + 2\sqrt{3}$

Donc : $A = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\left(1+\sqrt{3}\right)}{2} = 1+\sqrt{3}$

Et on a : $A + B = 2\sqrt{3}$ donc: $B = 2\sqrt{3} - A$ Equivaut à : $B = 2\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1$

Exercice06 : Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$A = 12x^2 - 6x$; $B = (2x-1)(x-1) + (2x-1)(3x+1)$

$C = (4x-2)(3x-1) - 9x^2 + 1$; $D = (2x+1)\left(x^2-1\right) - 3(x+1)(2x+1) + 5x(2x+1)(x+1)$

$E = 3x\left(x^2 - 6x + 9\right) + 4(x-2)\left(x^2 - 3x\right) + 7x^2(x-3)$

$F = x^6 + 2x^3 + 1$; $G = (3x+2)^3 - 27$; $H = x^3 + 8 + 3\left(x^2 - 4\right) - 2(x+2)$

$K = (x-3)(2x-1) + x^3 - 27$

Corrigé : $A = 12x^2 - 6x = 6x \times 2x - 6x \times 1$ donc $6x$ facteur commun

Donc : $A = 12x^2 - 6x = 6x(2x-1)$

$B = (2x-1)(x-1) + (2x-1)(3x+1)$

$B = (2x-1)(x-1) + (2x-1)(3x+1)$ On a : $2x-1$ facteur commun

Donc : $B = (2x-1)\left[(x-1) + (3x+1)\right] = (2x-1)(x-1+3x+1) = (2x-1)(4x) = 4x(2x-1)$

$C = (4x-2)(3x-1) - 9x^2 + 1$

$C = (4x-2)(3x-1) - \left(9x^2 - 1\right) = (4x-2)(3x-1) - \left((3x)^2 - 1^2\right)$ mais $(3x)^2 - 1^2$ est du type : $a^2 - b^2$

Donc : $C = (4x-2)(3x-1) - (3x-1)(3x+1)$

$C = (4x-2)(3x-1) - (3x-1)(3x+1)$ On a : $3x-1$ facteur commun

Donc : $D = (3x-1)\left[(4x-2) - (3x+1)\right] = (3x-1)(4x-2-3x-1) = (3x-1)(x-3)$

$D = (2x+1)\left(x^2 - 1\right) - 3(x+1)(2x+1) + 5x(2x+1)(x+1)$

$D = (2x+1)\left(x^2 - 1^2\right) - 3(x+1)(2x+1) + 5x(2x+1)(x+1)$

$D = (2x+1)(x+1)(x-1) - 3(x+1)(2x+1) + 5x(2x+1)(x+1)$ On a : $(2x+1)(x+1)$ facteur commun

Donc : $D = (2x+1)(x+1)(x-1-3+5x) = (2x+1)(x+1)(6x-4) = 2(2x+1)(x+1)(3x-2)$

$E = 3x\left(x^2 - 6x + 9\right) + 4(x-2)\left(x^2 - 3x\right) + 7x^2(x-3)$

$E = 3x\left(x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2\right) + 4x(x-2)(x-3) + 7x^2(x-3)$

$E = 3x(x-3)^2 + 4x(x-2)(x-3) + 7x \times x(x-3)$

$E = 3x(x-3)(x-3) + 4x(x-3)(x-2) + 7x \times x(x-3)$ On a : $x(x-3)$ facteur commun

$E = x(x-3)\left[3(x-3) + 4(x-2) + 7x\right] = x(x-3)(3x - 9 + 4x - 8 + 7x) = x(x-3)(14x - 17)$

$F = x^6 + 2x^3 + 1$

$F = \left(x^3\right)^2 + 2 \times x^3 \times 1 + 1^2$ est du type : $a^2 + 2ab + b^2$

Donc : $F = \left(x^3 + 1\right)^2$

$G = (3x+2)^3 - 27 = (3x+2)^3 - 3^3$ On a : $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

Donc : $G=((3x+2)-3)\left((3x+2)^2+3(3x+2)+3^2\right)$

Donc : $G=(3x+2-3)\left((3x)^2+2\times3x\times2+2^2+9x+6+9\right)$

Donc : $G=(3x-1)\left(9x^2+12x+4+9x+6+9\right)$

Donc : $G=(3x-1)\left(9x^2+21x+19\right)$

$H=x^3+8+3\left(x^2-4\right)-2(x+2)$

$H=x^3+2^3+3\left(x^2-2^2\right)-2(x+2)$ et on a : $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab-b^2\right)$ et $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Donc : $H=(x+2)\left(x^2-2x+2^2\right)+3(x+2)(x-2)-2(x+2)$ On a : $x+2$ facteur commun

Donc : $H=(x+2)\left[\left(x^2-2x+2^2\right)+3(x-2)-2\right]$

Donc : $H=(x+2)\left(x^2-2x+4+3x-6-2\right)$

Donc : $H=(x+2)\left(x^2+x-4\right)$

$K=(x-3)(2x-1)+x^3-27$

$K=(x-3)(2x-1)+x^3-3^3=(x-3)(2x-1)+(x-3)\left(x^2+3x+3^2\right)$

$K=(x-3)\left(2x-1+x^2+3x+9\right)=(x-3)\left(x^2+5x+8\right)$

Exercice07 : Soient x et y deux réels tels que : $x<y<3$

1) Montrer que : $x+y-6\prec 0$

2) Comparer $a=x^2-6x+1$ et $b=y^2-6y+1$

Corrigé :1) On a $x<y<3$ donc $x<3$ et $y<3$

Donc **:** $x+y<6$ Equivaut à : $x+y-6<0$

2) $a-b=\left(x^2-6x+1\right)-\left(y^2-6y+1\right)$

$a-b=x^2-6x+1-y^2+6y-1=x^2-y^2-6x+6y$

$a-b=(x-y)(x+y)-6(x-y)=(x-y)(x+y-6)$

On a : $x<y$ donc $x-y\in\mathbb{R}^-$

Et on a : $x+y-6\in\mathbb{R}^-$

Donc : $(x-y)(x+y-6)\in\mathbb{R}^+$

Donc : $a-b\in\mathbb{R}^+$ et par suite $a\geq b$

Exercice08 : $0,75\leq x\leq 0,8$ et $-\frac{1}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$

1) Montrer que : $\frac{1}{35}\leq\frac{1-x}{5-4y}\leq\frac{1}{16}$

2) Montrer que : $\frac{35}{24}$ est une approximation de $\frac{1}{x}$ à $\frac{5}{24}$ prés

Corrigé :1) On a : $\frac{1-x}{5-4y}=(1-x)\times\frac{1}{5-4y}$

On a : $0,75\leq x\leq 0,8$

Donc : $0,2\leq 1-x\leq 0,25$ ①

On a : $-\frac{1}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$ donc $-2\leq 4y\leq 1$

Donc : $-1\leq -4y\leq 2$

Donc : $5-1\leq 5-4y\leq 5+2$

C'est-à-dire : $4\leq 5-4y\leq 7$

Donc : $\frac{1}{7}\leq \frac{1}{5-4y}\leq \frac{1}{4}$ ②

On fait le produit membre a membre de① et ②on trouve : $\frac{1}{7}\times 0,2\leq (1-x)\times \frac{1}{5-4y}\leq \frac{1}{4}\times 0,25$

Donc : $\frac{1}{7}\times\frac{2}{10}\leq \frac{1-x}{5-4y}\leq \frac{1}{4}\times\frac{25}{100}$

Donc : $\frac{1}{7}\times\frac{1}{5}\leq \frac{1-x}{5-4y}\leq \frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$

Donc : $\frac{1}{35}\leq \frac{1-x}{5-4y}\leq \frac{1}{16}$

2)Montrons que : $\frac{35}{24}$ est une approximation de $\frac{1}{x}$ à $\frac{5}{24}$ prés

On a : $0,75\leq x\leq 0,8$ donc : $\frac{1}{0,8}\leq \frac{1}{x}\leq \frac{1}{0,75}$ C'est-à-dire : $\frac{10}{8}\leq \frac{1}{x}\leq \frac{4}{3}$

Donc : $\frac{10}{8}-\frac{35}{24}\leq \frac{1}{x}-\frac{35}{24}\leq \frac{4}{3}-\frac{35}{24}$ c'est-à-dire : $-\frac{5}{24}\leq \frac{1}{x}-\frac{35}{24}\leq -\frac{3}{24}$

Donc : $\frac{3}{24}\leq -\left(\frac{1}{x}-\frac{35}{24}\right)\leq \frac{5}{24}$ c'est-à-dire : $-\frac{5}{24}\leq \frac{3}{24}\leq \frac{35}{24}-\frac{1}{x}\leq \frac{5}{24}$

Donc : $\left|\frac{35}{24}-\frac{1}{x}\right|\leq \frac{5}{24}$ C'est-à-dire : $\left|\frac{1}{x}-\frac{35}{24}\right|\leq \frac{5}{24}$

Donc : $\frac{35}{24}$ est une approximation de $\frac{1}{x}$ à $\frac{5}{24}$ prés

Exercice09 : Soient $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$ tel que : $|x-3|\leq 1$ et $|3y-x-6|\leq 2$

1) Montrer que : x ; y sont deux éléments de l'intervalle $[2;4]$

2) On pose $A=\frac{2x}{2x+y}$; donner un encadrement de A en précisant son amplitude

3) Montrer que : $\frac{13}{15}$ est une valeur approchée de A a $\frac{7}{15}$ prés

Corrigé :1) $|x-3|\leq 1$ signifie $-1\leq x-3\leq 1$

Signifie $-1+3\leq x-3+3\leq 1+3$

Signifie $2\leq x\leq 4$

Signifie $x\in[2;4]$

$|3y-x-6|\leq 2$ Signifie $-2\leq 3y-x-6\leq 2$

Signifie $-2+x+6\leq 3y\leq 2+x+6$

Signifie $x+4\leq 3y\leq x+8$

On a : $2\leq x\leq 4$ donc : $x\leq 4$ donc : $x+8\leq 12$ et $3y\leq x+8$

Donc : $3y\leq 12$

Donc : $y\leq 4$ ①

On a : $x+4\leq 3y$ et $2\leq x$ donc : : $x+4\leq 3y$ et $6\leq x+4$

Donc : $6\leq 3y$ Donc : $2\leq y$ ②

De : ① et ② on déduit que : $2 \leq y \leq 4$ Signifie $y \in [2;4]$

2) On pose $A = \frac{2x}{2x+y} = 2x \times \frac{1}{2x+y}$; cherchons un encadrement de A en précisant son amplitude

On a : $2 \leq x \leq 4$ et $2 \leq y \leq 4$

Donc : $4 \leq 2x \leq 8$ et $2 \leq y \leq 4$

Donc : $6 \leq 2x+y \leq 12$ et $4 \leq 2x \leq 8$

Donc : $\frac{1}{12} \leq \frac{1}{2x+y} \leq \frac{1}{6}$ et $4 \leq 2x \leq 8$

Donc : $\frac{4}{12} \leq 2x \times \frac{1}{2x+y} \leq \frac{8}{6}$

Donc : c'est un encadrement de A son amplitude est : $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$

3) Montrons que : $\frac{13}{15}$ est une valeur approchée de A à $\frac{8}{15}$ prés

On a : $\frac{1}{3} \leq A \leq \frac{4}{3}$ donc : $\frac{1}{3} - \frac{13}{15} \leq A - \frac{13}{15} \leq \frac{4}{3} - \frac{13}{15}$ c'est-à-dire : $-\frac{8}{15} \leq A - \frac{13}{15} \leq \frac{7}{15}$

Donc : $-\frac{8}{15} \leq A - \frac{13}{15} \leq \frac{7}{15} \leq \frac{8}{15}$ donc : $-\frac{8}{15} \leq A - \frac{13}{15} \leq \frac{8}{15}$

Donc : $\left| A - \frac{13}{15} \right| \leq \frac{8}{15}$

Donc : $\frac{13}{15}$ est une valeur approchée de A à $\frac{8}{15}$ prés

Exercice10 : 1) Résoudre les équations : a) $|x-2| = \frac{1}{2}$ b) $|2x-9| = -\frac{3}{2}$ c) $|x| = |3x-5|$

2) Résoudre les inéquations : a) $|-x+1| \leq 3$ b) $|x-9| \geq \frac{1}{2}$ c) $1 \leq |x+1| < 2$

Corrigé : 1) a) Résolution de l'équation : $|x-2| = \frac{1}{2}$

On a les équivalences suivantes :

$|x-2| = \frac{1}{2}$ Signifie que : $x - 2 = \frac{1}{2}$ ou $x - 2 = -\frac{1}{2}$

Signifie que : $x = \frac{1}{2} + 2$ ou $x = 2 - \frac{1}{2}$

Signifie que : $x = \frac{5}{2}$ ou $x = \frac{3}{2}$

Donc : $S = \left\{ \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right\}$

b) Résolution de l'équation : $|2x-9| = -\frac{3}{2}$

Une valeur absolue ne peut pas être strictement négative

Donc : $S = \emptyset$

c) Résolution de l'équation : $|x| = |3x-5|$

Égalité de deux valeurs absolues :

Règle : L'égalité |a| = |b| est équivalente à : a = b ou a = −b

Cela découle du fait que par exemple |3| = |−3|

$|x| = |3x-5|$ Signifie que : $x = 3x - 5$ ou $x = -(3x-5)$

Signifie que : $x-3x=-5$ ou $x+3x=5$
Signifie que : $-2x=-5$ ou $4x=5$
Signifie que : $x=\frac{5}{2}$ ou $x=\frac{5}{4}$
Donc : $S=\left\{\frac{5}{4};\frac{5}{2}\right\}$

5)a) Résolution de l'inéquation : $\left|-x+1\right|\leq 3$

Règle : $\left|x-a\right|\leq r$ est équivalente à : $-r\leq x-a\leq r$ avec $r>0$

D'après notre règle, on a donc :
$\left|-x+1\right|\leq 3$ Signifie que : $-3\leq -x+1\leq 3$
Signifie que : $-3-1\leq -x+1-1\leq 3-1$
Signifie que : $-4\leq -x\leq 2$
Signifie que : $-2\leq x\leq 4$
Donc : $S=\left[-2;4\right]$

b) Résolution de l'inéquation : $\left|x-9\right|\geq \frac{1}{2}$

Règle : $\left|x-a\right|>r$ est équivalente à : $x-a>r$ ou $x-a<-r$ avec $r>0$

$\left|x-9\right|\geq \frac{1}{2}$ Signifie que : $x-9\geq \frac{1}{2}$ ou $x-9\leq -\frac{1}{2}$
Signifie que : $x\geq \frac{1}{2}+9$ ou $x\leq -\frac{1}{2}+9$
Signifie que : $x\geq \frac{19}{2}$ ou $x\leq -\frac{17}{2}$
Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{17}{2}\right]\cup\left[\frac{19}{2};+\infty\right[$

c) Résolution de l'inéquation : $1\leq\left|x+1\right|<2$

$1\leq\left|x+1\right|<2$ Signifie que : $\left|x+1\right|<2$ et $\left|x+1\right|\geq 1$

• Résolution de l'inéquation : $\left|x+1\right|<2$

$\left|x+1\right|<2$ Signifie que : $-2<x+1<2$
Signifie que : $-2-1<x+1-1<2-1$
Signifie que : $-3<x<1$
Donc : $S_1=\left]-3;1\right[$

• Résolution de l'inéquation : $\left|x+1\right|\geq 1$

$\left|x+1\right|\geq 1$ Signifie que : $x+1\geq 1$ ou $x+1\leq -1$
Signifie que : $x\geq 0$ ou $x\leq -2$
Donc : $S_2=\left]-\infty;-2\right]\cup\left[0;+\infty\right[$
Finalement on a : $S=S_1\cap S_2=\left]-3;1\right[\cap\left(\left]-\infty;-2\right]\cup\left[0;+\infty\right[\right)$
Donc : $S=\left]-3;-2\right]\cup\left[0;1\right[$

Exercice11 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Soient : $A(-2;-1)$ et $B\left(\frac{1}{2};-2\right)$.

1)a) Donner une équation cartésienne de la droite (AB)

b) Déterminer les coordonnées du point I d'intersection de la droite (AB) et l'axe des abscisses

2) Soit (Δ) la droite définie par la représentation paramétrique suivante $(\Delta)\begin{cases} x = 3t-1 \\ y = 4t-4 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

a) Vérifier que : $B \in (\Delta)$.

b) Donner une équation cartésienne de la droite (Δ).

3) Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} 4x-3y-8 \leq 0 \\ 2x+5y+9 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$.

Solution :1) a) (AB): $ax+by+c=0$ on a : $\overrightarrow{AB}\left(\frac{5}{2};-1\right)$ un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB}(-b;a)$

Donc : $a=-1$ et $b=-\frac{5}{2}$ et par suite l'équation devient (AB) : $-x-\frac{5}{2}y+c=0$.

Or on sait que : A (–2,-1) et $A \in (AB)$ donc : $-(-2)-\frac{5}{2}(-1)+c=0$ c'est-à-dire : $c=-\frac{9}{2}$

Par suite (AB): $-x-\frac{5}{2}y-\frac{9}{2}=0$

On multiplie cette équation par : -2 on trouve (AB): $2x+5y+9=0$

b) Soit $I(x;y)$ les coordonnées du point I d'intersection de la droite (AB) et l'axe des abscisses

Donc il vérifie le système suivant : $\begin{cases} y=0 \\ 2x+5y+9=0 \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} y=0 \\ 2x+5\times 0+9=0 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} y=0 \\ x=-\frac{9}{2} \end{cases}$ par suite : $I\left(-\frac{9}{2};0\right)$

2)a) On a $B\left(\frac{1}{2};-2\right)$ et (Δ) $\begin{cases} x=3t-1 \\ y=4t-4 \end{cases}$ 1

$B \in (\Delta)$ S'il existe un réel t tel que : $\begin{cases} \frac{1}{2}=3t-1 \\ -2=4t-4 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}=3t-1 \\ -2=4t-4 \end{cases}$ Signifie que : $\begin{cases} t=\frac{1}{2} \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$ donc $B \in (\Delta)$ pour : $t=\frac{1}{2}$

b) Une équation cartésienne de la droite (Δ) ?

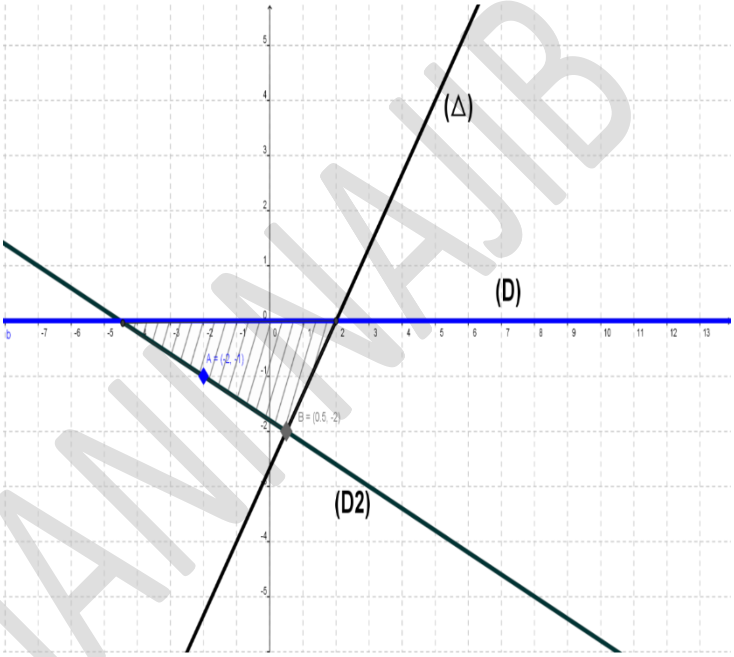
On a : $(\Delta)\begin{cases} x=3t-1 \\ y=4t-4 \end{cases}$ donc : $\begin{cases} x+1=3t \\ y+4=4t \end{cases}$ donc : $\begin{cases} 4(x+1)=12t \\ 3(y+4)=12t \end{cases}$ Donc : $4(x+1)=3(y+4)$

Donc : $4x+4-3y-12=0$ c'est-à-dire : Par suite : une équation cartésienne de la droite (Δ) est :

$(\Delta): 4x-3y-8=0$

3)Résolution graphique du système :

$$\begin{cases} 4x-3y-8 \le 0 \\ 2x+5y+9 \ge 0 \\ y \le 0 \end{cases}$$



Dans un premier temps : des inéquations précédentes on en déduit des équations de droites :

On a : $(\Delta): 4x-3y-8=0$ est droite qui passe par : $B\left(\frac{1}{2};-2\right)$ et par $C(-1;-4)$

Et (AB): $2x+5y+9=0$ et on pose : $(D): y=0$

On représente ces droites :

a) Pour la droite $(\Delta): 4x-3y-8=0$: par exemple pour $O(0;0)$

On a $4\times0-3\times0-8\le0$

Équivalent à : $-8\le0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $4x-3y-8\le0$

b) Pour la droite (AB): $2x+5y+9=0$ par exemple pour $O(0;0)$

On a $2\times0+5\times0+9\ge0$

Équivalent à : $9\ge0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $2x+5y+9\ge0$

b) Pour la droite $(D): y=0$:

Par exemple pour $E(0;1)$ On a $1\le0$ donc : les coordonnes $E(0;1)$ vérifie l'inéquation. $y\le0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan hachuré

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien