

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°2 sur les leçons suivantes :

- L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles
- L'ordre dans \mathbb{R}
- La droite dans le plan

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$2,5 \dots \mathbb{Z} \quad ; \quad -2 \dots \mathbb{Q} \quad ; \quad \sqrt{3} \dots \mathbb{Q} \quad ; \quad \mathbb{R}_+^* \dots \mathbb{R} \quad ; \quad \sqrt{3} \dots \mathbb{R} \quad ; \quad -\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{Z} \quad ; \quad -\sqrt{7} \dots \mathbb{R}^- \quad ; \quad -\frac{12}{5} \dots \mathbb{Q}^{*+} \quad ; \quad \frac{1}{3} \dots \mathbb{D} \quad ;$$

$$0 \dots \mathbb{N}^* \quad ; \quad \{0; -2; 11; -2023\} \dots \mathbb{Z} \quad ; \quad 1 \dots \{0; 2; 3\} \quad ; \quad 0 \dots \emptyset \quad ; \quad \left\{ -\frac{3}{2}; \sqrt{2}; 2025 \right\} \dots \mathbb{Q} \quad ; \quad \mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{ \dots \} \quad ;$$

$$\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \dots \quad ; \quad 3 \dots [3; 5[\quad ; \quad \frac{1}{2} \dots \left[0; \frac{1}{2} \right[\quad ; \quad -1 \dots [1; +\infty[\quad ; \quad 2025 \dots [100; +\infty[\quad ; \quad \frac{1}{2} \dots \left[\frac{1}{2}; 1 \right[\quad ;$$

$$\left\{ 0; \frac{1}{2}; 1; 2 \right\} \dots [0; 3[\quad ; \quad \{0; 1; 2025\} \dots]0; +\infty[\quad ; \quad]0; 2[\dots \mathbb{Q} \quad ; \quad]-2; +\infty[\cap]-\infty; 0[= \dots \quad ; \quad [-2; 5[\cup]4; 2025[= \dots$$

$$]-\infty; 0[\cap]0; +\infty[= \dots$$

Exercice02 : Calculer et simplifier :

$$1) A = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} \quad 2) B = [(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})]^2$$

$$3) C = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$$

$$4) D = (202320232025)^2 - 202320232024 \times 202320232026 \quad (\text{Lorsque la calculatrice tombe en panne})$$

$$5) E = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$6) F = \frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{11}}$$

$$7) G = \frac{(-10)^9 \times (-6)^3}{(-25)^4 \times 3 \times (-2)^{11}}$$

Exercice03 : Montrer que : $A = \frac{\sqrt{60} \times \sqrt{21}}{2\sqrt{35}} \in \mathbb{N}$

Exercice04 : On pose : $A = 500 \left(\frac{2+22+222+2222}{5+55+555+5555} \right)^2$ Montrer que : $A \in \mathbb{N}$

Exercice05 : Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que : $x^2 - 3x - 8 = 0$ et $x > 3$

Montrer que : $A = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{x-3}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x-3}} \right) \in \mathbb{Q}$

Exercice06 : Soit $a \in \mathbb{R}^+$ tel que : $\sqrt{a+12} + \sqrt{a} = 3$

- 1) Donner la valeur de l'expression : $\sqrt{a+12} - \sqrt{a}$ sans calculer a
- 2) Déterminer la valeur de a .

Exercice07 : On pose : $A = \sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}$

- 1) Calculer : A^2
- 2) En déduire que : $A = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

Exercice08 : On pose : $Y = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

- 1) Déterminer le signe de Y
- 2) Calculer Y^2 .
- 3) En déduire une écriture simple de Y .

Exercice09 : $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$ et $a \geq b$

Montrer que : $\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})$

Exercice10 : Factorisez les expressions suivantes :

$A = 16x^2 - 8x + 1$; $B = 8x^3 - 1$; $C = x^5 + x^3 - x^2 - 1$; $D = x^4 - 49$; $E = x^3 - 64$; $F = x^3 + 27 + 2(x^2 - 9) - 3x - 9$
 $G = x^3 + 125 + 5(x^2 - 25)$; $H = x^6 + 2x^3 + 1$; $N = a^2 + 4b^2 - x^2 + 4ab$; $S = 3ax + 3ay - 2bx - 2by$

Exercice11 : Soient $a \in \mathbb{R}^*$; on pose $A = \frac{2a}{a^2+1}$; et $B = \frac{2a-1}{a^2}$

- 1) Comparer : A et B
- 2) En déduire la comparaison de : $\frac{2,2}{2,21}$ et $\frac{1,2}{1,21}$

Exercice12 : Soient : x et y des réels tels que : $-4 < x < -1$ et $2 < y < 5$

- 1) Donner un encadrement pour chacun des nombres suivants :
a) $2x+3y+7$ b) $2x-3y-2$ c) $(2x-3)(3y+10)$ d) $(2x-3)^2 - \sqrt{3y+10}$
- 2) En déduire un encadrement des nombres : $A = \frac{2x-3y-2}{2x+3y+7}$ et $B = \frac{3y+10}{2x-3y-2}$

Exercice13 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : 1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$

3) $|x+2|=-1$ 4) $|x-1|+|2-x|-3=0$ 5) $|x-1|+|2-x|-3=0$

Exercice14 : 1) Simplifier : $A = \sqrt{\frac{1}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{1}{(2+\sqrt{5})^2}}$

2) Soient x et y deux réels tels que : $4 < x < y$

Simplifier : $B = \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(4-x)^2} - |y-3|$

3) Soient x et y deux réels tels que : $x \in]-1; 2[$ et $y \in]-5; -3[$

Simplifier : $C = 2|3x+3| - |2y| + 5|y+3| - 3|y-2x|$

Exercice15 : Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que : $x > 1$ On pose : $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

1) Montrer que : $A-1 = \frac{1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})}$ 2) a) Vérifier que : $2\sqrt{x-1} \leq \sqrt{x} + \sqrt{x-1} \leq 2\sqrt{x}$

b) En déduire que : $\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x-1}} \leq A-1 \leq \frac{1}{2(x-1)}$ 3) a) Montrer que : $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x-1}}$

b) En déduire que : $1 + \frac{1}{2x} \leq A \leq \frac{1}{2(x-1)} + 1$

4) Déduire que $\frac{9}{4}$ est une valeur approchée de $\sqrt{5}$ avec la précision $\frac{1}{20}$

Exercice16 : 1) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ on a : $\frac{4}{2-x} = 2 + x + \frac{x^2}{2-x}$

b) En déduire que : si $|x| \leq 1$ alors $\left| \frac{4}{2-x} - (2+x) \right| \leq x^2$

2) Donner une valeur approchée du nombre : $\frac{4}{0,999}$ à 10^{-6} près

Exercice17 : Dans le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points suivants : $A(-2;1)$; $B(3;-2)$; $C(4;-1)$ et $E(-3;0)$

1) Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(5;-3)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ)

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

c) Montrer que : $B \in (\Delta)$

d) Déterminer les coordonnées du point F d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des ordonnées.

e) Déterminer les coordonnées du point G d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des abscisses.

2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante : $(D) \begin{cases} x = 6t - 3 \\ y = 2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D)

b) Montrer que les droites (D) et (Δ) sont sécantes, puis déterminer leurs points d'intersection.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') parallèles a (D) passant par $C(4;-1)$

Exercice18 : (****) Soient ABCD un parallélogramme et M le point de la droite (AD) et N le point tel que : $\vec{BN} = -3\vec{AM}$

Et on considère le Repère : $(A; \vec{i}; \vec{j})$ tel que : $\vec{i} = \vec{AD}$ et $\vec{j} = \vec{AB}$ et soit m l'abscisse du point M

Dans le ce Repère.

1) Déterminer les coordonnées du point N .

2) Donner une équation cartésienne de la droite (MN) .

3) Montrer que quel que soit la position du point M sur la droite (AD) alors la droite (MN) passe par un point fixe F qui ne dépend pas du point et dont on déterminera les coordonnées.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

