

**Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :  
Arithmétique et les vecteurs du plan**

**Exercice1 :** Déterminer les chiffre  $x$  et  $y$  pour que le nombre :  $N = 12x34y6$  soit divisible par 4 et par 9

**Exercice2 :** Soit  $a \in \mathbb{N}$  et  $b \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$

Montrer que si  $n$  divise  $a$  et  $n$  divise  $b$  alors  $n$  divise  $2a + 3b$

**Exercice3 :** Soit  $n \in \mathbb{N}$  (un entier naturel quelconque)

1) Vérifier que :  $n^2 + 3n + 3 = (n+1)(n+2) + 1$

2) En déduire la parité du nombre :  $n^2 + 3n + 3$

**Exercice4 :** Déterminer la parité des nombres

suyvants :  $n \in \mathbb{N}$  1)  $(25^3 + 24^3)^7$  2)  $4n+100$

3)  $12n+3$  4)  $n^2 + 13n + 5$  5)  $n^2 + 9n + 50$

6)  $n^2 + 10n$  7)  $16n^2 + 8n + 1$  8)  $5n^2 + 7n + 4$

**Exercice5 :** 1) Montrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3

2) Montrer que la somme de deux entiers naturels impair consécutifs est un multiple de 4

**Exercice6 :** Soient :  $n \in \mathbb{N}$  et  $m \in \mathbb{N}$  et on pose :

$$N = (n+4m)^2 - n^2$$

Montrer que :  $N$  est un entier naturel divisible par 8

**Exercice7 :** Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse :

0 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191;191 ;259

**Exercice8 :** (\*\*) DL1\_2 Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $n > 2$

Montrer que si  $n$  est premiers alors  $n+1$  n'est pas premiers

**Exercice9 :** Soit  $n$  un entier naturel :

Montrer que si le nombre :  $n+1$  est un carré parfait alors le nombre :  $14n+50$  est la somme de quatre carrés parfaits

**Exercice10 :** Dans une maison nouvellement

construite, on veut carreler les sols de certaines pièces.

1) Le sol de la salle à manger est un rectangle de longueur 4,54 m et de largeur 3,75m. On veut carreler cette pièce avec des carreaux carrés de 33 cm de côté. On commence la pose par un coin de la pièce comme le suggère la figure 1. Calculer le nombre de carreaux non découpés qui auront été posés.



2) Le sol de la cuisine est un rectangle de longueur 4,55 m et de largeur 3,85 m. On veut carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe.

a) Donner la liste des diviseurs de 455 puis la liste des diviseurs de 385.

b) Donner la liste des diviseurs communs à 455 et 385.

c) Quel est alors le plus grand côté possible des dalles carrées à utiliser pour carreler cette cuisine?

3) On dispose de dalles rectangulaires de longueur 24 cm et de largeur 15 cm.

a) Donner la liste des multiples de 24 inférieurs à 400, puis la liste des multiples de 15 inférieurs à 400.

b) Donner la liste des multiples communs à 24 et 15, inférieurs à 400.

c) Quelle serait la longueur du côté de la plus petite pièce carrée qui pourrait être carrelée avec un nombre entier de dalles de ce type, sans aucune découpe ?

**Exercice11 :** 1) Décomposer les deux nombres 84 et 60 en produit de facteurs premiers.

2) Déduire la forme irréductible de la fraction :  $\frac{84}{60}$

3) Simplifier des racines carrées suivant :  $A = \sqrt{2100}$  et  $B = \sqrt{63} \times \sqrt{105}$

**Exercice12 :** Soit  $n \in \mathbb{N}$  on pose :  $F = \frac{n+9}{n-6}$

1) montrer que :  $F = 1 + \frac{15}{n-6}$  pour  $n \neq 6$

2) En déduire les valeurs de  $n$  tel que :  $F$  soit un entier naturel

**Exercice13 :** (\*\*\*) DL1\_2 Soient  $m$  et  $n$  deux nombres entiers naturels, tel que :  $m \geq n$

1) Montrer que  $m+n$  et  $m-n$  ont la même parité.

2) Résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $m^2 - n^2 = 28$

**Exercice 15 :** Soit ABC est un triangle. E et F sont

deux points tels que :  $\overline{AF} = \frac{4}{3}\overline{AC}$  et  $\overline{CE} = \frac{1}{4}\overline{AB}$

1) Faire une figure

2) Exprimer le vecteur  $\overline{BE}$  en fonction de  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$

3) Exprimer le vecteur  $\overline{BF}$  en fonction de  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$

4) En déduire que : Les points E, F et B sont alignés

**Exercice 16 :** (\*\*) Soit ABC est un triangle. I et J sont deux points tels que :  $\overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AB}$  et  $\overline{AJ} = 3\overline{AC}$

1) a) Exprimer le vecteur  $\overline{IC}$  en fonction de  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$

b) Exprimer le vecteur  $\overline{BJ}$  en fonction de  $\overline{AB}$  et  $\overline{AC}$

2) Déduisez que : les droites  $(IC)$  et  $(BJ)$  sont parallèles