

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : On considère les nombres : $a=14700$ et $b=16500$

- 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres a et b
- 2) En déduire $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$.
- 3) Déterminer le nombre de diviseurs des nombres de a
- 4) Simplifier : $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{a \times b}$
- 5) Montrer que $3 \times a$ est un carré parfait.

Exercice02 : On dispose de dalles rectangulaires de longueur 24 cm et de largeur 15 cm.

Quelle serait la longueur du côté de la plus petite pièce carrée qui pourrait être carrelée avec un nombre entier de dalles de ce type, sans aucune découpe ?

La longueur du côté doit être comprise entre 3 et 4 m.

Exercice03 : Soit n un nombre entier naturel.

- 1) Soient : $x = n^2 - n + 1$ et $y = 6n^3 + 8$
- a) Etudier la parité de x et y et déduire la parité de $x + y$ et $x \times y$
- 2) Montrer que le nombre $A = 4^{2n} + 16^{n+1} - 4^{2n+1}$ est multiple de 13.
- 3) Montrer que 239 est un nombre premier.

Exercice04 : 1) Démontrer que : $3n^2 + 15n + 7$ est un nombre impair.

2) Démontrer que : $5n^2 - 7n + 4$ est un nombre pair.

3) Démontrer que : $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple du nombre 4.

Exercice05 : 1) Le nombre 437 est-il premier ? Justifier votre réponse ?

2) Déterminer tous les couples $(x; y)$ de nombres entiers naturels tels que : $x^2 - y^2 = 437$

3) Montrer que le nombre A est divisible par le nombre 20 avec : $A = 9^{n+2} + 19 \times 9^n$; $n \in \mathbb{N}$

4) Soit $n \in \mathbb{N}$:

- a) Montrer que le nombre $n \times (n + 1)$ est pair.
- b) Etudier la parité des nombres : $B = n^2 + 5n + 5$ et $C = 11n^2 + n$
- c) Déduire une valeur de : $D = (n + 2) \times (-1)^{11n^2 + n} + (n - 3) \times (-1)^{n^2 + 5n + 5}$

Exercice06 : Soit ABCD un parallélogramme et E et F sont deux points tels que :

$$\overline{CE} = \frac{1}{3} \overline{CD} \quad \text{Et} \quad \overline{AF} = \frac{3}{2} \overline{AE}$$

1) Faire une figure

2)a) Montrer que : $\overline{FE} = \frac{1}{3} \overline{FA}$

b) Montrer que : $\overline{FC} = \frac{1}{3} \overline{FB}$

3) En déduire que : Les points B, C et F sont alignés

Exercice07 : ABC est un triangle et I un point du plan tel que : $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

1) Représenter le point I

2) Soit M le point d'intersection des droites : (AI) et (BC)

On pose : $\overrightarrow{AI} = x\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{CM} = y\overrightarrow{MB}$ avec x et y des réels

a) Montrer que : $(x-5)\overrightarrow{AM} = (2-3y)\overrightarrow{MB}$

b) En déduire que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AI}$

Exercice08 : Soit ABCD un parallélogramme et I et J sont milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

1) a) Démontrer que : $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{JB}$

b) En déduire la nature du quadrilatère DIBJ.

2) a) Construire les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ Et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) Exprimer \overrightarrow{IM} et \overrightarrow{ID} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

c) En déduire que les points I, M, D sont alignés

d) Montrer de même que les points J, N, B sont alignés

3) Soit ABC, un triangle de centre de gravité G, H le milieu de [BC].

Démontrer que pour tout point M du plan :

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

b) $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{HA}$

Exercice09 : Soient ABC est un triangle et I le milieu de : [AC]. E un point de (AC) tel que

: $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$ et $P_{((AB);(IB))}(E) = F$

Faire une figure et montrer que : $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

