http://www.xriadiat.com **DL1/I** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

Exercice01 : 1) Déterminer le chiffre x pour que le nombre $53x2$ Soit divisible par 9.
2) Déterminer le chiffre y pour que le nombre $534y$ soit divisible à la fois par 2 et 9

Corrigé : 1) Le nombre $53x2$ est divisible par 9 si la somme de ces chiffres est divisible par 9
C'est-à-dire : $5+3+x+2=10+x$ ***est divisible par 9***
Et $x\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ alors : $x=8$
2)Le nombre $532y$ est divisible par 9 et par 2 à la fois si la somme de ces chiffres est divisible Par 9 et y est un nombre pair
C'est-à-dire : $5+3+4+y=12+y$ ***est divisible par 9*** et $y\in\{0\,;2\,;4\,;6\,;8\}$ alors : $y=6$

Exercice02 : On pose : $a=33075$ et $b=7875$

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : a et b puis déduire : $7875\wedge 33075$; $7875\vee 33075$

2) En déduire une simplification des nombres : $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{a}$

Corrigé : 1) Technique (1)

On a donc : $33075=3^3\times5^2\times7^2$ et $7875=3^2\times5^3\times7$

Par suite par application des règles de calculs de $PGCD$ et $PPCM$

On trouve :

$7875\wedge 33075=PGCD(7875;33075)=3^2\times5^2\times7=1575$

$7875\vee 33075=PPCM(7875;33075)=3^3\times5^3\times7^2=165375$

Technique (1)	
33075	3
11025	3
3675	3
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

7875	3
2625	3
875	5
175	5
35	5
7	7
1	

2) $\frac{a}{b}=\frac{3^3\times5^2\times7^2}{3^2\times5^3\times7}=\frac{3\times7}{5}=\frac{21}{5}$ et

$\sqrt{a}=\sqrt{3^3\times5^2\times7^2}=3\times5\times7\times\sqrt{3}=105\sqrt{3}$

Car : $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ et $\sqrt{a^2}=a$

Exercice03 : Soit $n\in\mathbb{N}$

1) On pose $a=(n+1)^2-n^2$; développer : $(n+1)^2-n^2$

Le nombre $a=(n+1)^2-n^2$ est -il pair ou impair ?

2) Déduire que tout nombre impair peut s'écrire par La différence des carrés de deux nombres entiers
Consécutifs. (C'est-à-dire : si *n* impair, il existe deux nombres consécutifs *a*, *b* et $n=b^2-a^2$)

3) Appliquer l'affirmation précédente et écrire les nombres 31 ; 2021 ; 2023 sous forme de deux carrés consécutifs

4) Soit $n\in\mathbb{N}$; Montrer que le nombre $n^2+n+2023$ est impair.

5) Appliquer l'affirmation précédente sur le nombre $n^2+n+2023$

6) Calculer la somme suivante : $S=1+3+5+7+9+...+2021+2023$

Corrigé :1) On a : $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$

2) On a $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$ et le nombre $2n+1$ est impair pour tout $n \in \mathbb{N}$ et n et $n+1$ sont deux nombres consécutifs.
Donc : tout nombre impair s'écrit comme différence de deux carrés consécutifs.
3) Application : $30 = 2\times 15+1$ est impair et ($2n+1 = (n+1)^2 - n^2$)

Donc : $30 = (15+1)^2 - 15^2 = 16^2 - 15^2$

$2021 = 2\times 1010+1$ est impair

$2021 = (1010+1)^2 - 1010^2 = 1011^2 - 1010^2$

De même : $2023 = 2\times 1011+1$ est impair

$2023 = (1011+1)^2 - 1011^2 = 1012^2 - 1011^2$

4) On a : $n^2 + n + 2023 = n^2 + n + 2022 + 1 = n(n+1) + 2\times 1011 + 1$

On a : $n(n+1)$ est le produit de deux nombres consécutifs donc est un nombre pair par suite :

$n^2 + n + 2023 = 2k + 2\times 1011 + 1 = 2(k+1011) + 1 = 2k' + 1$

Avec : $k' = k + 1011 \in \mathbb{N}$
Donc $n^2 + n + 2023$ est un nombre impair.

5) On a : $n^2 + n + 7 = 2k + 2\times 3 + 1$ avec $n(n+1) = 2k$ c'est-à-dire : $\frac{n(n+1)}{2} = k$

Donc : $n^2 + n + 7 = 2(k+3) + 1$

Et d'après 2) on a : $n^2 + n + 7 = (k+3+1)^2 - (k+3)^2$

Donc : $n^2 + n + 7 = (k+4)^2 - (k+3)^2$ avec : $k = \frac{n(n+1)}{2}$

6) Calculons la somme suivante : $S = 1+3+5+7+9+...+2021+2023$

$S = 1+3+5+7+9+...+2021+2023$

$S = 1^2 - 0^2 + 2^2 - 1^2 + 3^2 - 2^2 + 4^2 - 3^2 + 5^2 - 4^2 + ... + 1011^2 - 1010^2 + 1012^2 - 1011^2$

$S = \cancel{1^2} - 0^2 + \cancel{2^2} - \cancel{1^2} + \cancel{3^2} - \cancel{2^2} + \cancel{4^2} - \cancel{3^2} + \cancel{5^2} - \cancel{4^2} + \cancel{/}..... + \cancel{1011^2} - \cancel{1010^2} + 1012^2 - \cancel{1011^2}$

$S = 1012^2 = 1\ 024\ 144$

Exercice04: Un pâtisser dispose de moules à gâteaux en forme de plaques de 154 cm de longueur et 132 cm de largeur. Il doit découper, dans ces plaques, des carrés de génoise tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.
a) Quelle est, en cm, la mesure du côté d'un gâteau ?
b) Combien de gâteaux le pâtissier pourra-t-il découper dans une plaque ?
Correction : 1) a) Si on souhaite découper, dans ces plaques, des carrés de génoise tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte. La solution et de prendre le plus grand diviseur commun de 154 et 132
Alors on cherche le PGCD de 154 et 132 car ce nombre doit être un diviseur à la fois de 154 et 132
$154 = 2 \times 7 \times 11$ et $132 = 2^2 \times 3 \times 11$
PGCD (154, 132) $= 2 \times 11 = 22$ (on ne prend que les facteurs premiers qui apparaissent dans les deux décompositions et on les affecte du plus petit exposant).
Donc : la mesure du côté d'un gâteau est 22 cm
b) *Methode1 :* Le nombre total de gâteaux :
- Sur la longueur : $154 \div 22 = 7$
- Sur la largeur : $132 \div 22 = 6$

Le nombre total de gâteaux à découper dans une plaque est : $7\times 6 = 42$ gâteaux
Methode1 : la surface de la plaque est : $154\times 132 = 20328\,\text{cm}^2$
La surface d'un gâteau est : $22\times 22 = 484\,\text{cm}^2$

Le nombre total de gâteaux à découper dans une plaque est : $\frac{20328}{484}=42$ gâteaux

Exercice05 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n\in\mathbb{N}$

a) $2021^3+2022^3+2023^3$ b) $20n^2+10n+3$ c) $n^2+2019n+2020$ d) n^2+6n

Correction : Un nombre pair s'écrit sous la forme 2k, avec k entier.
Un nombre impair s'écrit sous la forme 2k+1, avec k entier.

1) a) $2021^3+2022^3+2023^3$: 2022^3 est paire car le produit de nombres pairs.
2023^3 car le produit de nombres Impairs et 2021^3 car le produit de nombres Impairs
Donc : $2021^3+2022^3+2023^3$ est un nombre pair.

b) $20n^2+10n+3=20n^2+10n+2+1=2\left(10n^2+5n+1\right)+1=2k+1$

avec $k=10n^2+5n+1\in\mathbb{N}$

Donc : $20n^2+10n+3$ est un nombre impair.

c) $n^2+2019n+2020=n^2+n+2018n+2020=n\left(n+1\right)+2\left(1009n+1010\right)$

Et on a : $n\left(n+1\right)$ est le produit de deux nombres consécutifs donc est un nombre pair.

Donc : il existe un entier naturel k tel que : $n\left(n+1\right)=2k$ avec $k\in\mathbb{N}$

Donc : $n^2+2019n+2020=2k+2\left(1009n+1010\right)$

Donc : $n^2+2019n+2020=2\left(k+1009n+1010\right)=2k'$ avec $k'=k+1009n+1010$

Par suite : $n^2+2019n+2020$ est un nombre pair.

e) Etude de la parité de n^2+6n :

1ére cas : <u>si n pair.</u>

$n^2=n\times n$ Est aussi pair car le carré d'un nombre pair et $6n=2\times\left(3n\right)=2\times k$ est pair

On a : n^2+6n c'est la somme de deux nombres pairs donc : n^2+6n est pair.

2ére cas : <u>si n impair.</u>

$n^2=n\times n$ Est aussi impair car le carré d'un nombre impair et $6n=2\times\left(3n\right)=2\times k$ est pair

On a : n^2+6n c'est la somme d'un nombre impair et un nombre pair donc : n^2+6n est impair.

Exercice06 : Soit $n\in\mathbb{N}$

Montrer que : $7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539$ est divisible par 1078

Correction : Soit $n\in\mathbb{N}$

$7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539=7^{3n}\times7^2\times11^{3n}\times11^1\times5^{3n}+539$

$7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539=539\times7^{3n}\times11^{3n}\times5^{3n}+539$

$7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539=539\left(7^{3n}\times11^{3n}\times5^{3n}+1\right)$

Or : $7^{3n}\times11^{3n}\times5^{3n}$ est un nombre impair car le produit de nombres impairs

Donc : $7^{3n}\times11^{3n}\times5^{3n}+1$ est pair

Donc : $7^{3n}\times11^{3n}\times5^{3n}+1=2k$ avec $k\in\mathbb{N}$

Donc : $7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539=539\times2k=1078k$

Par suite : $7^{3n+2}\times11^{3n+1}\times5^{3n}+539$ est divisible par 1078

Exercice07: Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse .

0 ; 13 ; 32787 ; 199 ; 31004001 ; 259

Corrigé : 1) 0 n'est pas premier car tous les nombres divise 0

2) 13 est premier car admet exactement deux diviseurs

3) 32787 n'est pas premier car la somme des chiffres est 27 qui est multiple de 3 donc 3 divise 32787

4) Est ce que 199 est premier ? On utilise la règle:

On cherche les nombres premiers p qui vérifient : $p^2 \leq 199$
Les nombres sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 et aucun ne divise 199.
Donc 199 est premier
31004001 n'est pas premier car la somme des chiffres est 9 un multiple de 3 donc 3 divise 31004001
259 n'est pas premier car $259 = 7 \times 37 \in \mathbb{N}$ c'est à dire 7 divise 259

Exercice08: Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 5^{n+2} - 5^n$; $b = 7^{n+2} - 7^n$
1) Montrer que : a est un multiple de 8 et que b un multiple de 12
2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b
3) En déduire $PGCD(a;b)$ ***et*** $PPCM(a;b)$.

Corrigé : On a : $a = 5^{n+2} - 5^n = 5^n \times 5^2 - 1 \times 5^n = 5^n\left(5^2 - 1\right) = 24 \times 5^n = 8 \times 3 \times 5^n = 8 \times k$
Avec : $k = 3 \times 5^n \in \mathbb{N}$
Donc a un multiple de 8
$b = 7^{n+2} - 7^n = 7^n \times 7^2 - 7^n \times 1 = 7^n \times \left(7^2 - 1\right)$
$b = 48 \times 7^n = 12 \times 4 \times 7^n = 12 \times k$ Avec $k = 4 \times 7^n \in \mathbb{N}$
Donc b est un multiple de 12

2) Décomposition en produit de facteurs premiers les nombres a et b
On a trouvé que : $a = 8 \times 3 \times 5^n = 2^3 \times 3^1 \times 5^n$
Et c'est la bonne décomposition en produit de facteurs premiers de a
On a trouvé : $b = 48 \times 7^n = 2^4 \times 3^1 \times 7^n$
Donc : $b = 2^4 \times 3^1 \times 7^n$ et c'est la bonne décomposition en produit de facteurs premiers de b
3) Déduction du : $PGCD(a;b)$ ***et*** $PPCM(a;b)$.
On a : $a = 2^3 \times 3^1 \times 5^n$ et $b = 2^4 \times 3^1 \times 7^n$
On sait que : Le PGCD est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b
Donc : $PGCD(a;b) = 2^3 \times 3^1 = 24$
On sait que : Le PPCM est le produit des facteurs communs et non munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b
Donc : $PPCM(a;b) = 2^4 \times 3^1 \times 5^n \times 7^n = 48 \times 35^n$

Exercice09: 1) Déterminer tous les diviseurs de 22
2) En déduire tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :
$(x+2)(y+1) = 22 \quad (1)$
3) Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :
$x + xy + y = 30 \quad (2)$

Correction : 1) On a : $22 = 2^1 \times 11^1$ donc les diviseurs de 22 sont : 1 et 2 et 11 et 22
2) On a : $(x+2)(y+1) = 22$
Donc : $\begin{cases} x+2 = 22 \\ y+1 = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+2 = 11 \\ y+1 = 2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+2 = 2 \\ y+1 = 11 \end{cases}$ ou **(**$\begin{cases} x+2 = 1 \\ y+1 = 22 \end{cases}$ impossible car $x \in \mathbb{N}$)
Par suite : les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation (1) sont :
$(20;0)$ **;** $(9;1)$ et $(0;10)$
3) $x + xy + y = 30$ équivaut à **:** $x + xy + y + 1 = 31$ Équivaut à : $x(1+y) + (y+1) = 31$
Équivaut à : $(y+1)(x+1) = 31$ Donc : $(x+1)$ et $(y+1)$ sont deux diviseurs de 31

PROF: ATMANI NAJIB

Par suite : $\begin{cases} x+1=1 \\ y+1=31 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+1=31 \\ y+1=1 \end{cases}$ Donc : $\begin{cases} x=0 \\ y=30 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=30 \\ y=0 \end{cases}$

Par conséquent les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation (2)

Sont : $(0;30)$ et $(30;0)$.

Exercice10 : Soit n un entier naturel :

Montrer que si le nombre : $n+1$ est un carré parfait alors le nombre : $14n+50$ est la somme de quatre carrés parfaits.

Correction : 1) Soit n un entier naturel tel que : $n+1$ est un carré parfait donc : $n+1=a^2$ avec $a\in\mathbb{N}$

On a : $14n+50=14n+14+36=14(n+1)+36$

Donc : $14n+50=14a^2+36=9a^2+4a^2+a^2+36$

Donc : $14n+50=(3a)^2+(2a)^2+a^2+6^2$

Donc : $14n+50$ est la somme de quatre carrés parfaits

Exercice 11 : (**) Soit ABCD un parallélogramme.

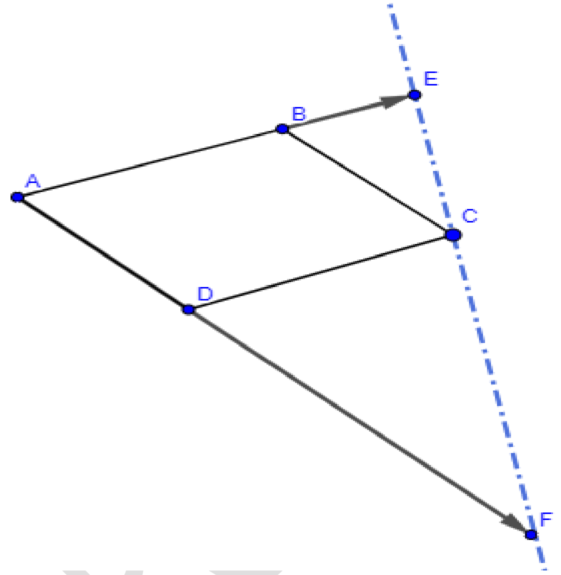
E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure

2) Montrer que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$ et que : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

Correction : 1) La figure :



2) Montrons que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$

On a : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Montrons que $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

De même : $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

3) Déduisons que : Les points E, F et C sont alignés

On a : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$ donc : $\boxed{-\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ① or $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$

Donc : $\boxed{3\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ②

De : ① et ② En déduit que : $3\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{EF}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{EF}=-3\overrightarrow{CE}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires.

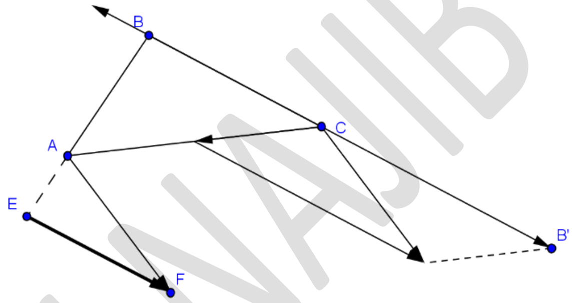
D'où : les points E, F et C sont alignés

Exercice 12 : (**) Soit ABC est un triangle. Soient les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

1) Faire une figure.

2) Montrer que : $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

3) Que peut-on déduire ?



Correction : 1) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

2) On a : $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\right)+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ Donc : $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{BC}$ et par suite : $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

3) On a : $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$

Donc : Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires et par suite : les deux droites (EF) et (BC) sont parallèles

Exercice13 : Soit ABC est un triangle. Et M un point tel que : $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}$

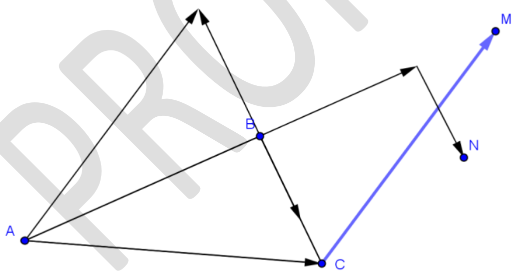
1) Faire une figure et construire le point M

2) Démontrer que : Les points A, B et M sont alignés.

3) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{AN}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

4) Démontrer que : Les droites (BN) et (AC) sont parallèles

Correction : 1) Le point M est obtenu par la construction ci-dessous



2) Pour montrer l'alignement de trois points ou le parallélisme de deux droites on montre la colinéarité de deux vecteurs bien choisis

Pour montrer que les points A, B et M sont alignés il Suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ Sont colinéaires, c'est-à-dire trouver un réel k tel que ; $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$

Or : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{AM}=2\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)=2\overrightarrow{AB}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
Par suite les points A, B et M sont alignés.
3) Le point N est obtenu par la construction ci-dessus.
4) Pour montrer que Les droites (BN) et (AC) sont parallèles il Suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, c'est-à-dire trouver un réel k tel que ; $\overrightarrow{BN} = k\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{AN} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ Donc : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

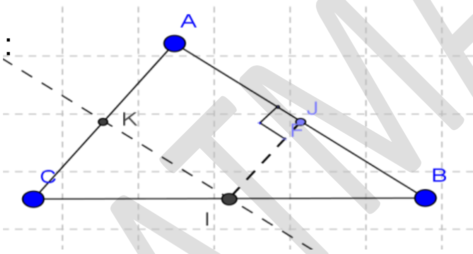
Donc : $\overrightarrow{BN} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$ et par suite : $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
Par suite : Les droites (BN) et (AC) sont parallèles.

Exercice14 : (*) Soit ABC un triangle isocèle de sommet A
Le point I est le milieu du segment [BC]
Le point J est L'image du milieu I par la projection orthogonale sur la droite (AB)
Le point K est Le projeté du milieu I par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB)
1)Faire une figure
2)Determiner l'image du segment [BC] par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB)
3)Determiner le milieu du segment [AC]

Corrigé :1) La figure :



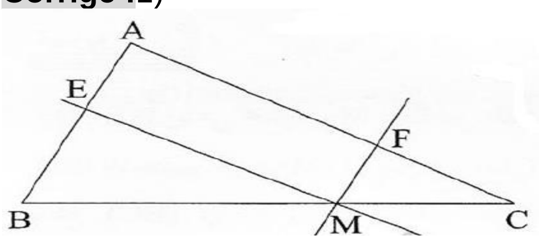
2)par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB) on a : l'image de B est A et l'image de C est C
Donc : l'image du segment [BC] est le segment [AC]
3)determinons le milieu du segment [AC] :
Le point I **est** milieu du segment [BC] donc son image qui est K est aussi le milieu de l'image de [BC] qui est [AC]
donc : le milieu du segment [AC] est le point K car la projection conserve le milieu

Exercice15 : Soient ABC un triangle et $M \in [BC]$ et E la projection du point M sur la droite (AB) parallèlement à (AC) et F la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

1)Comparer : $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{CM}{CB}$ et en suite comparer : $\frac{AF}{AC}$ et $\frac{BM}{BC}$

2) Déterminer la position du point M sur $[BC]$ tel que : $(BC) \parallel (EF)$.

Corrigé :1)



PROF: ATMANI NAJIB

Dans le triangle :ABC on a : $E \in [AB]$ et $M \in [BC]$ et on a : $(EM) \parallel (AC)$ donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{CM}{CB}$ (1)

Dans le meme triangle :ABC on a : $F \in [AC]$ et $M \in [BC]$ et on a : $(MF) \parallel (AB)$ donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AF}{AC} = \frac{BM}{BC}$ (2)

2) Dans le triangle :ABC on a : $E \in [AB]$ et $F \in [AC]$ et on a : $(BC) \parallel (EF)$ donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

De (1) et (2) en déduit que : $\frac{CM}{CB} = \frac{BM}{BC}$ et donc : $CM = BM$ et puisque $M \in [BC]$ alors : M est le milieu du segment $[BC]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB