http://www.xriadiat.com **DL1/H** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers**
- ✓ **Les vecteurs**
- ✓ **La projection**

Exercice01 : Soit $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$ tels que ; a est un multiple de 13 et $a \times b = 273$ et $27 \leq a \leq 50$
Déterminer a et b

Corrigé : les multiples de 13 s'écrivent sous la forme : $13k$ avec : $k \in \mathbb{N}$ on a donc : $27 \leq 13k \leq 50$

Ce qui signifie que : $27/13 \leq k \leq 50/13$ donc : $2,07 \leq k \leq 3.84$

Avec : $k \in \mathbb{N}$ Donc : $k = 3$ Par suite : $a = 13 \times 3 = 39$

Et on a : $a \times b = 273$ équivaut à $39 \times b = 273$

C'est -à -dire : $b = \frac{273}{39} = 7$

Exercice02 : Déterminer l'ensemble des diviseurs communs à 375 et 2070

Corrigé : Les diviseurs de 375 sont 1, 3, 5, 15, 25, 75,125 et 375

Les diviseurs
de 2070 sont :1,2,3,5,6,9,15,18,23,30,45,46,69,90,115,138,230,414,690,345,1035,2070

L'ensemble des diviseurs communs à 375 et 2070 sont donc 1,3,5,15,138,414,690,2070

Exercice03 : Déterminer le nombre de diviseurs de 195

Corrigé : Methode1 : On utilise les critères de divisibilités :

On a : $\sqrt{195} = 13,96...$

On prend seulement sa partie entière : 13

Nous déterminons les nombres inferieurs ou égales à 13 qui sont des diviseurs de 195

Qui sont : **1 ; 3 ; 5 ; 13** après on divise 195 par 1 on trouve 195 et on divise 195 par 3

On trouve 65 et on divise 195 par 5 on trouve 39 et on divise 195 par 13 on trouve 15

Nous obtenons ainsi les diviseurs suivants de 195 : 1 ; 3 ; 5; 13 ; 15 ; 35 ; 65 ; 195

Il y'a donc 8 diviseurs de 195

Methode2 : *nous utilisons la Décomposition en produit de facteurs premiers les nombres : 175*

En effet on a : $195 = 3^1 \times 5^1 \times 13^1$

On applique la règle suivante :

« Le nombre de diviseurs est égal à : (1ere exposant +1) ×(2ere exposant +1) ×… »

Donc : le nombre de diviseurs de 195 est : $(1+1)\times(1+1)\times(1+1) = 2\times2\times2 = 8$

Exercice04 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$

1) $2022^3 + 2023^2$ 2) $2022n + 2024$ 3) $2024n + 2023$ 4) $n^2 + 2023n + 2021$

5) $n + (n+1) + (n+2)$

Corrigé : 1) $2022^3 + 2023^2$

2022^3 Est paire car le produit de trois nombres pairs

2023^2 Est impair car le carré d'un nombre impair

$2022^3 + 2023^2$ C'est la somme d'un nombre impair et un nombre pair donc : c'est un nombre impair

2) $2022n + 2024 = 2(1011n + 1012) = 2 \times k$ avec $k = 1011n + 1012 \in \mathbb{N}$

Donc $2022n + 2024$ est un nombre pair

3) $2024n+2023=2(1022n+1011)+1=2\times k+1$ avec $k=1022n+1011\in\mathbb{N}$

Donc $2024n+2023$ est un nombre impair

4) $n^2+2023n+2021$

$n^2+2023n+2021=n^2+n+2022n+2020+1=n(n+1)+2(1011n+1010)+1$

On a : $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair par suite :

$n^2+2023n+2021=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$ Avec : $k''=k+k'\in\mathbb{N}$

Donc $n^2+2023n+2021$ est un nombre impair

5) $n+(n+1)+(n+2)$

1cas : si n pair : $n+(n+1)+(n+2)$ est impair

2cas : si n impair alors $n+(n+1)+(n+2)$ est pair

Exercice05 : Soit n est un nombre entier naturel impair

1)a) Montrer que n^2-1 est divisible par 8

b) En déduire que :16 divise n^4-1

2) n est entier naturel tel que $n\geq 4$ et $n-4$ est un multiple de 5.

Montrer que le nombre n^2-1 est un multiple de 5.

Corrigé : 1) n est un entier naturel impair.

a) Montrons que n^2-1 est divisible par 8

n est un entier naturel impaire donc il existe $k\in\mathbb{N}$ tel que : $n=2k+1$

Donc : $n^2-1=(\mathbf{n}-\mathbf{1})(n+1)=2k(2k+2)=4k(k+1)$

Comme $k(k+1)$ est un nombre pair alors il existe $k'\in\mathbb{N}$ tel que : $k(k+1)=2k'$

Alors : $n^2-1=4\times 2k'=8k'$

D'où n^2-1 est un multiple de 8

b) En déduire que 16 divise n^4-1

On a : $n^4-1=(n^2-1)(n^2+1)$

$n^2+1=(2k+1)^2+1=4k^2+4k+2=2(2k^2+2k+1)=2k''$

Et on a $n^2-1=8k'$ car c'est un multiple de 8

Donc : $n^4-1=(n^2-1)(n^2+1)=8k'\times 2k''=16k'k''$

D'où : 16 divise n^4-1

2) n est entier naturel tel que $n\geq 4$ et $n-4$ est un multiple de 5.

Montrons que le nombre n^2-1 est un multiple de 5

$n^2-1=n^2-16+15=(n-4)(n+4)+15$

On a : $n-4=5k$; $k\in\mathbb{N}$ donc : $(n-4)(n+4)+15=5k(n+4)+15=5(k(n+4)+3)$

Alors : le nombre n^2-1 est un multiple de 5.

Exercice06 : 1) Décomposer les nombres 3240 et 1440 en produit de facteurs premiers.

2) En déduire $PGCD(3240;1440)$ et $PPCM(3240;1440)$

3) Simplifier $\sqrt{3240}$ ***et*** $\sqrt{1440}$.

4) En déduire que $\sqrt{3240\times1440}$ est un entier naturel

Corrigé : 1) $3240=2^3\times3^4\times5$ et $1440=2^5\times3^2\times5$

2) On sait que : Le PGCD est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de 3240 et 1440

Donc : $PGCD(3240;1440)=2^3\times3^2\times5=360$

On sait que : Le PPCM est le produit des facteurs communs et non munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de 3240 et 1440

$PPCM(3240;1440)=2^5\times3^4\times5=12960$

1) Simplification du : $\sqrt{3240}$ ***et*** $\sqrt{1440}$.

$\sqrt{3240}=\sqrt{2^3\times3^4\times5}=18\sqrt{10}$

$\sqrt{1440}=\sqrt{2^5\times3^2\times5}=12\sqrt{10}$

4) Déduction que $\sqrt{3240\times1440}$ est un entier naturel

$\sqrt{3240\times1440}=18\sqrt{10}\times12\sqrt{10}=18\times12\times\sqrt{10}^2=18\times12\times10=2160\in\mathbb{N}$

Exercice07 : Pour un mariage, Hassan dispose de 240 fleurs rouges et de 400 fleurs bleues.
Il veut préparer le plus grand nombre de bouquets contenant le même nombre de fleurs de chaque sorte.
1) Combien de bouquets peut-il former ?
2) Combien de fleurs de chaque sorte y aura-t-il dans chaque bouquet ?

Corrigé : 1) Si on veut préparer le plus grand nombre de bouquets contenant le même nombre de fleurs de chaque sorte. La solution et de prendre le plus grand diviseur commun de 240 et 400
Alors on cherche le PGCD de 240 et 400 car ce nombre doit être un diviseur à la fois de 240 et 400
$240 = 2^4 \times 3\times 5$ et $400=2^4\times5^2$
PGCD (240, 400) $=2^4 \times 5= 80$ (on ne prend que les facteurs premiers qui apparaissent dans les deux décompositions et on les affecte du plus petit exposant).
Donc : il faut former 80 bouquets
2) Le nombre de fleurs de chaque sorte y aura-t-il dans chaque bouquet :
- Le nombre de fleurs rouges est : $240\div80=3$
- Le nombre de fleurs bleues est : $400\div80=5$

Il y'aura donc : 3 fleurs rouges et 5fleurs bleues dans chaque bouquet

Exercice08 : 1) Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :
210 ; 111 ; 333 ;543 ;741 ;2005 ;97 ;117 ;51.
2) On dit que deux entiers sont premiers entre eux si leurs $PGCD$ est 1
Soit $n\in\mathbb{N}$; Montrer que les nombres $2n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux.

Corrigé :
1) Les nombres premiers dans la liste sont :97 et 51
2) Soit $n\in\mathbb{N}^*$. Montrons que les nombres $\mathbf{2n}$ + $\mathbf{1}$ et $\mathbf{2n}$ sont premiers entre eux
Soit $PGCD(2n+1;2n)=d$ donc ils existent k et k' deux entiers naturels tels que :
$2n=kd$ **et** $2n+1=k'd$ d'où : $kd+1=k'd$
Donc : $(k'-k)d=1$ et $k'>k$ car $2n+1>2n$
Comme le nombre 1 est le seul diviseur de 1 dans $\mathbb{N}$ alors : $d=1$ et $k'-k=1$
Donc : $PGCD(2n+1;2n)=1$ d'où : $2n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux.

Exercice09: Soient *m* et *n* deux nombres entiers naturels, tel que : $m\geq n$
1) Monter que *m* + *n* et *m* - *n* ont la même parité.
2) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $m^2-n^2=28$

Corrigé : 1**)** on a : $(m+n)+(m-n)=2m$ c'est-à-dire la somme est paire donc automatiquement *m* + *n* et *m* - *n* ont la même parité. Car si non la somme sera impaire
2) $m^2-n^2=28$ Équivaut à : $(m-n)(m+n)=28$ (1)
Mais les diviseurs de 28 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28
Et puisque : $m-n\leq m+n$ et *m* + *n* et *m* - *n* ont la même parité.

Alors on a : $\begin{cases} m-n=2 \\ m+n=14 \end{cases}$

Donc on a : $\begin{cases} m=8 \\ n=6 \end{cases}$

Exercice10 : On considère deux entiers naturels *a* et *b* avec $a \prec b$ tels que :
$a \times b = 4320$ et $a \wedge b = 12$

1) Calculer $a \vee b$ 2) Calculer *a* et *b*

Corrigé : 1) on sait que $(a \wedge b) \times (a \vee b) = a \times b$ et on a : $a \wedge b = 12$

Donc : $12 \times (a \vee b) = 4320$ cad $a \vee b = \frac{4320}{12} = 360$

2) Calculons *a* et *b* :Décomposons en produit de facteurs premiers les nombres 12 et 360

$12 = 2^2 \times 3$ Et $360 = 6 \times 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Nous avons donc : $a \wedge b = 2^2 \times 3$ et $a \vee b = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $a \prec b$

Par conséquent : $a = 2^2 \times 3^2 = 36$ et $b = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Exercice11 : Soit ABC est un triangle et P et Q deux points tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et
$\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) a) Montrer que : $\overrightarrow{PB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

2) Déduire que : B est le milieu du segment $[PQ]$

Corrigé : 1) a) Montrons que : $\overrightarrow{PB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

On a : $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB} = -\left(\frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}\right) + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{PB} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{PB} = \left(-\frac{5}{2} + 1\right)\overrightarrow{AC} + \left(-\frac{3}{2} + 1\right)\overrightarrow{CB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

On a : $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{BC} + \left(-2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$

Donc : $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{BQ} = -\overrightarrow{AC} + \left(1 - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{BQ} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

2) Déduisons que : B est le milieu du segment $[PQ]$

Pour montrer que B est milieu de $[PQ]$ il suffit de montrer par exemple que : $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{BQ}$

Comme : $\overrightarrow{PB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{BQ}$ Par suite : B est le milieu du segment $[PQ]$

Exercice12 : Soit ABC est un triangle

Soient les points D ; M et N tels que : $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DM}=2\overrightarrow{DA}$ et $2\overrightarrow{BN}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

1) Faire une figure.

2) Montrer que : $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que : les vecteurs $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

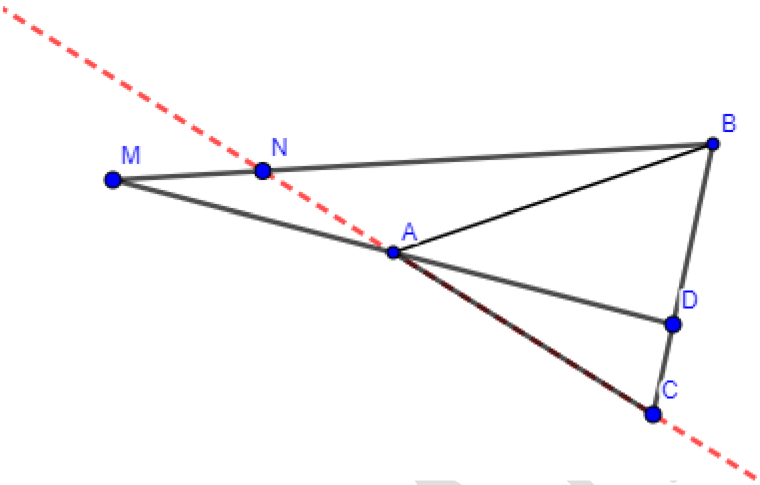
4) Que peut-on dire des points A ; C et N sont alignés

Corrigé : 1) On a : $\overrightarrow{DM}=2\overrightarrow{DA}$ donc A est le milieu du segment $[DM]$

On a : $2\overrightarrow{BN}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BM}$ C est le milieu du segment $[AL]$

On a : aussi $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

La figure : Voir la figure ci-dessous



2) a) Montrons que : $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

À l'aide de la relation de Chasles

On obtient alors : $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BA}+\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AD}\right)$ et comme **:** A est le milieu du segment $[DM]$ on trouve **:**

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

Donc : $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BA}$

Par suite : $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{AB}$

Et on a : $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ donc : $\overrightarrow{MB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}$

Donc : $\overrightarrow{MB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)+2\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{NB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{NB}=\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$ c'est-à-dire : $\boxed{\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$

3) Montrons que : les vecteurs $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ donc : $\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{NA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

4) les vecteurs $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

Donc : les points A ; C et N sont alignés

Exercice13 : Soit un triangle ABC et soient les points D et E vérifiant : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$; Que peut-on en déduire géométriquement ?

2) Construire les points D et E

3) Montrer que : $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{CA}$; Déduire de cette égalité et de la précédente que E, B et D sont alignés.

4) Soit I le milieu de $[AB]$ Justifier que $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CI}$;

Qu'en déduire pour les droites (AE) et (CI) ?

Corrigé : 1) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

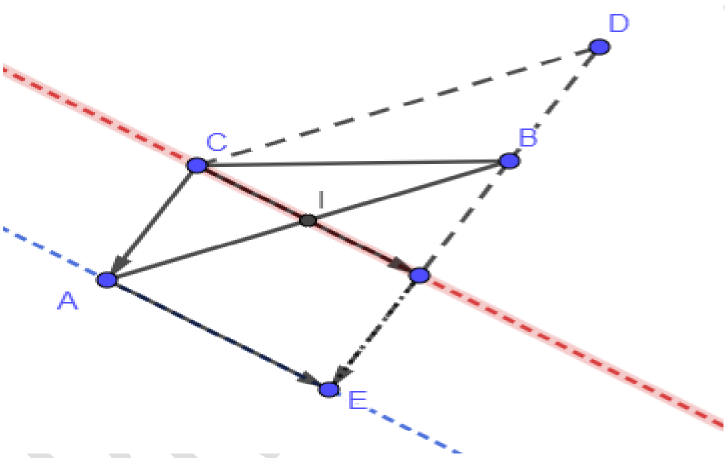
Donc : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$

On en déduit que ABDC est un parallélogramme.

2) Construction des points D et E :

On a : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}$

Donc on peut construire les points D et E :



3) Montrons que : $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}=2\overrightarrow{CA}$

On en déduit que : $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{CA}=-2\overrightarrow{AC}=-2\overrightarrow{BD}$

Donc : $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont donc colinéaires et par suite les points E, B et D sont alignés.

4)Comme I le milieu de $[AB]$ on a donc : $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

D'où : $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{CI}+\vec{0}=2\overrightarrow{CI}$

On en déduit que : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=2\overrightarrow{CI}$

Donc : $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont donc colinéaires

Par suite les droites (AE) et (CI) sont parallèles

Exercice14 : Soient ABC un triangle isocèle en A et $M \in [BC]$ tel que : $M \neq B$ et $M \neq C$

La droite parallèle à (AB) passant par M coupe $[AC]$ en E

La droite parallèle à (AC) passant par M coupe $[AB]$ en F

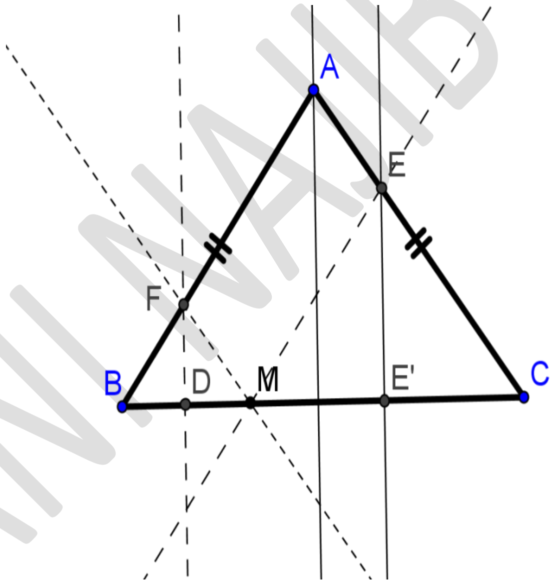
1) Montrer que les triangles MBF et MCE sont isocèles

2) Soient A' ; E' et F' respectivement les projections orthogonales des points A ; E et F sur (BC)

Montrer que : $MF' = A'E'$

3) Montrer que : $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AF} = \vec{0}$

Corrigé :1)



Montrons que les triangles MBF et MCE sont isocèles

• On a : $(FM) \parallel (AC)$ donc : $BCA \equiv BMF$ (1)

Et on a : ABC un triangle isocèle en A

Donc : $CBA \equiv BCA$ (2)

De (1) et (2) en déduit que : $CBA \equiv BMF$

Par suite : le triangle MBF est isocèle en F

• On a : $(EM) \parallel (AB)$ donc : $FBC \equiv EMC$ (1)

Et puisque : $FBC \equiv MCE$ (2) alors : $MCE \equiv EMC$

Par suite : le triangle MCE est isocèle en E

2) Montrons que : $MF' = A'E'$

Soit P la projection orthogonale sur (BC)

On a : $P(M) = M$ et $P(A) = A'$ et $P(F) = F'$ et $P(E) = E'$

Et on a : $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EA}$ car $AEMF$ un parallélogramme

Et puisque la projection conserve le coefficient de colinéarité alors : $\overrightarrow{MF'} = \overrightarrow{E'A'}$

3) Montrons que : $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AF} = \vec{0}$

On a : $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EA}$ (car $AEMF$ un parallélogramme)

Donc : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EA}$ c'est-à-dire : $-\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AE}$

Et par suite : $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AF} = \vec{0}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien