

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68

2) Calculer : PGCD (68 ; 170); PPCM (68 ; 170)

3) a) Déterminer tous les diviseurs communs à 170 ; 68

b) Donner la forme irréductible de la fraction : $\frac{68}{170}$

Exercice02 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$;

1) Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.

2) Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair

3) Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Exercice03 : 1) Montrer que le produit de deux nombres consécutifs est un nombre pair

2) Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

a) $2023^2 + 2022^2$ b) $2n^2 + 7$ c) $2022n + 4m + 2021$ d) $n^2 + 2021n + 2023$ e) $n^2 + 8n$

Exercice04 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

1 ; 1075 ; 1061 ; 801020103 ; 2017 ; 2021

Exercice05 : Soit n un entier naturel :

1) Factoriser le nombre : $n^3 + 1$

2) Dédire que le nombre 27000000001 n'est pas un nombre premier.

Exercice06 : Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat. Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il ne reste ni œufs, ni poissons.

1) Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier.

2) Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

Exercice07 : 1) Montrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3

2) Montrer que la somme de deux entiers naturels impair consécutifs est un multiple de 4

Exercice08 : Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 10^{2n+3} - 10^{2n+1}$; $b = 3 \times 10^{n+1} + 4 \times 10^n$

1) Montrer que : a est un multiple de 11 et que b un multiple de 17

2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b

3) En déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$

Exercice09 : Déterminer tous les couples $(x; y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la

relation : $x^2 - y^2 = 17$ (1)

Exercice10 : Soit ABCD est un parallélogramme et soient M ; N ; E et F des points tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} \text{ et } \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{ME} \text{ et } \overrightarrow{FN} = \overrightarrow{NB}$$

1) Faire une figure.

2) Montrer que : $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{DE}$ et en déduire la nature du quadrilatère DEBF

3) Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$ et en déduire la nature du quadrilatère AECF

4) Montrer que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DB})$

Exercice11 : Soit ABCD un parallélogramme et E et F des points tels que :

$$\overrightarrow{DE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{DA} \text{ et } \overrightarrow{DF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{DC}$$

1) Faire une figure.

2)a) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

3) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}

4)a) Montrer que : $2\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BF}$

b) En déduire que les points B ; E et F sont alignés

Exercice12 : Soit un triangle ABC et soient les points D et E vérifiant : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$; Que peut-on en déduire géométriquement ?

2) Construire les points D et E

3) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CA}$; Déduire de cette égalité et de la précédente que E, B et D sont alignés.

4) Soit I le milieu de $[AB]$ Justifier que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$;

Qu'en déduire pour les droites (AE) et (CI) ?

Exercice13 : Soit ABCD un Parallélogramme de centre O

1) Soit A' la projection sur (DC) parallèlement à (DB)

a) Faire une figure

b) Montrer que $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{DC}$

2) Soit E un point de la droite (BC) tel que : A' est sa projection sur (DC) parallèlement à

(DB) Montrer que A est le milieu de $[A'E]$

3) Soit R le point d'intersection des droites (OE) et (DC)

Montrer que : $\overrightarrow{EO} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ER}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

