

## Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice01 :** Déterminer les chiffres  $x$  et  $y$  pour que le nombre  $12x5y$  soit divisible par 9 et 3

**Exercice02 :** 1) Décomposer les nombres 56700 et 176400 en produit de facteurs premiers.

2) En déduire une écriture simplifiée des nombres suivants :  $\frac{56700}{176400}$  et  $\sqrt{176400}$  et  $\sqrt{56700}$

**Exercice03 :** On pose :  $A = 41 \times 2^n + 2^{n+2}$  et  $B = 60$  tel que  $n \in \mathbb{N}$

- 1) Donner une décomposition en produit de facteurs premiers pour le nombre  $B$
- 2) Quel est le plus petit entier naturel  $m$  pour que  $m \times B$  soit un carré parfait.
- 3) Donner une décomposition en produit de facteurs premiers pour le nombre  $A$  en fonction de  $n$ .
- 4) Déterminer  $PGCD(A; B)$  et  $PPCM(A; B)$  en fonction de  $n$ .

**Exercice04 :** Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :

« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

- 1) Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
- 2) Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
- 3) On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
- 3)a) Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
- 3) b) Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?

**Exercice05 :** Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse.  
332787 ; 607 ; 331004001 ; 997

**Exercice06 :**  $n \in \mathbb{N}$

- 1) Déterminer la parité du nombre :  $n^2 + n + 3$  :
- 2) a) Vérifier que :  $n^3 + 3n^2 + 2n = n(n+1)(n+2)$
- b) Montrer que :  $n^3 + 3n^2 + 2n$  est un multiple de 3 si  $n \in \mathbb{N}$

Indication : Etudier les cas :  $n = 3k$  ;  $n = 3k + 1$  et  $n = 3k + 2$  avec  $k \in \mathbb{N}$

**Exercice07 :** On pose  $a = 2n + 4$  et  $b = 6n + 11$  ; tel que  $n \in \mathbb{N}$ .

- 1) Étudier la parité des nombres  $a$  et  $b$ .
- 2) En déduire une simplification pour le nombre :  $C = (2n + 4)(-1)^a + (6n + 11)(-1)^b$
- 3) Montrer que le nombre  $a^2 + (b + 1)^2$  est un multiple de 40.

**Exercice08 :**  $a \in \mathbb{N}$  et  $b \in \mathbb{N}$  ;

- 1) Montrer que si  $a$  est un nombre pair et  $b$  un multiple de 3 alors  $3a + 2b$  est un multiple de 6
- 2) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , le nombre  $n(n+1)(n+2)(n+3)$  est un multiple de 4.
- b) Existe-t-il un entier naturel  $n \in \mathbb{N}$  tel que :  $n(n+1)(n+2)(n+3) = 2022$

**Exercice09** : Soit ABC est un triangle et  $I$  ;  $J$  et  $K$  des points tels que :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

- 1) Représenter les points  $I$  ;  $J$  et  $K$       2) Montrer que :  $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
- 3) En déduire que :  $\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$       4) a) Montrer que :  $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- b) En déduire que : les points  $I$  ;  $J$  et  $K$  sont alignés

**Exercice10** : Soit IJK est un triangle.

Soient les points E et F des points tels que :  $\overrightarrow{IE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{IJ}$  et  $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$  et M le milieu du segment  $[IK]$ :

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{JM}$  en fonction de  $\overrightarrow{IJ}$  et  $\overrightarrow{IK}$
- 3) Montrer que des vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{JM}$  sont colinéaires
- 4) Que peut-on dire des deux droites  $(EF)$  et  $(JM)$  ?

**Exercice11** : Soit ABC est un triangle

Soient les points  $D$  ;  $E$  et  $F$  tels que :  $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$  ;  $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que :  $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$
- 3) Montrer que : les vecteurs  $\overrightarrow{AF}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires.
- 4) a) Que peut-on dire des points  $A$  ;  $C$  et  $F$
- b) En déduire que  $F$  est le point d'intersection des deux droites  $(AC)$  et  $(BE)$ .

**Exercice12** : Soient ABC un triangle et D un point définie par :  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

- 1) Faire une figure
- 2) La droite parallèle à  $(BC)$  passant par D coupe  $(AC)$  en E
- a) Déterminer  $DE$  en fonction  $BC$
- b) Montrer que :  $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$  et que  $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ .

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

