http://www.xriadiat.com **DL1/E** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

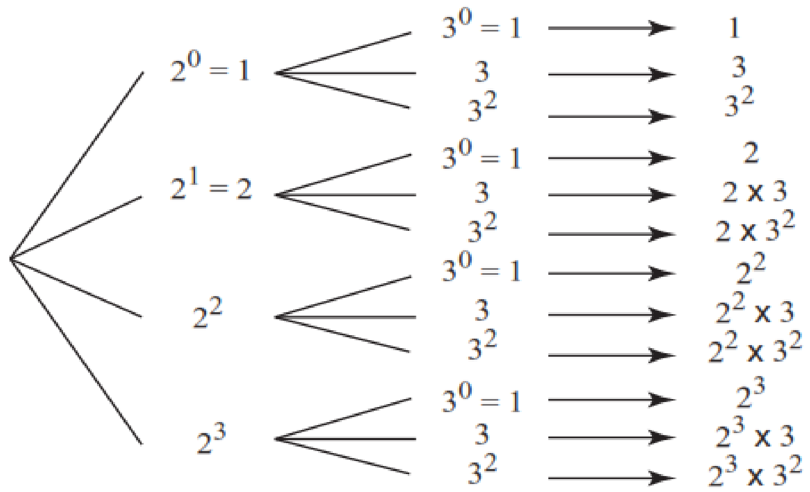
- ✓ **Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers**
- ✓ **Les vecteurs**
- ✓ **La projection**

Exercice01 : Déterminer les diviseurs de 72

Corrigé : La décomposition en facteurs premiers d'un entier naturel permet d'obtenir tous ses diviseurs de manière

Systématique : $72 = 2^3.3^2$

On peut s'aider d'un arbre pour lister ces diviseurs :



Donc : les diviseurs sont : 1 ; 3 ; 9 ; 2 ; 6 ; 18 ; 4 ; 12 ; 36 ; 8 ; 24 ; 72

Exercice02 : Déterminer le nombre de diviseurs de 175

Corrigé : Methode1 : On utilise les critères de divisibilités :

On a : $\sqrt{175}=13,228...$

On prend seulement sa partie entière : 13

Nous déterminons les nombres inferieurs ou égales à 13 qui sont des diviseurs de 175

Qui sont : **1 ; 5 ; 7** après on divise 175 par 1 on trouve 175 et on divise 175 par 5 on trouve 35 et on divise 175 par 7 on trouve **25**

Nous obtenons ainsi les diviseurs suivants de 175 : 1 ; 5 ; 7 ; 25 ; 35 ; 175 il y'a donc 6 diviseurs de 175

Methode2 : *nous utilisons la Décomposition en produit de facteurs premiers les nombres : 175*

En effet on a : $175=5\times5\times7=5^2\times7^1$

On applique la règle suivante :

« Le nombre de diviseurs est égal à : (1ere exposant +1) $\times$(2ere exposant +1) $\times$…»

Donc : le nombre de diviseurs de 175 est :(2 +1) $\times$(1 +1) = 3 $\times$ 2=6

Exercice03 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse .

18 ; 47 ; 10125 ; 251 ; 27837

Corrigé :1) 18 n'est pas premier car 3 divise 18

47 est premier car admet exactement deux diviseurs 1 et 47

10125 n'est pas premier car 5 divise 10125

Question : Est-ce que 251 est premier ?

On utilise la règle suivante : « Pour montrer qu'un nombre est premier il suffit de vérifier qu'il n'est pas divisible par aucun nombre premier p inferieur à sa racine carré »

Donc on cherche les nombres premiers p qui vérifient : $p^2 \leq 251$

Les nombres sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 et aucun ne divise 251

Donc 251 est premier

27837 n'est pas premier car la somme des chiffres est 27 qui est multiple de 3 donc 3 divise 27837

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193	197
199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359	367	373	379
383	389	397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	503	509	521	523	541	547	557	563	569	571
577	587	593	599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743	751	757	761
769	773	787	797	809	811	821	823	827	829	839	853	857	859	863
877	881	883	887	907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049	1051	1061	1063	1069
1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117	1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187
1193	1201	1213	1217	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289	1291
1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373	1381	1399	1409	1423	1427
1429	1433	1439	1447	1451	1453	1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511
1523	1531	1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607	1609	1613
1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693	1697	1699	1709	1721	1723	1733
1741	1747	1753	1759	1777	1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867
1871	1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951	1973	1979	1987
1993	1997	1999												

Exercice04 : Déterminer le chiffre x pour que le nombre : $7532x$ Soit divisible par 3 et pair

Corrigé : On a $0 \leq x \leq 9$

Le nombre : $7532x$ est pair donc : $x \in \{0;2;4;6;8\}$

Le nombre : $7532x$ est divisible par 3 équivaut à : $7+5+3+2+x=3k$

C'est-à-dire : $17+x$ un multiple de 3

En donnant à x les valeurs $0;2;4;6;8$ on trouve que : $x=4$ et $x=6$ (qui vérifient)

Par suite les nombres sont : $75324 ; 75326$

Exercice05 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

1) $18n+6$ 2) $100n+99$ 3) $2024n+2022m+2020$

4) n^2+7n 5) $n^2+2024n$ 6) n^3-n

Corrigé :1) 375^2+648^2

1) $18n+6=2(9n+3)=2\times k$ avec $k=9n+3 \in \mathbb{N}$

Donc $18n+6$ est un nombre pair

2) $100n+99=2(50n+49)+1=2\times k+1$ avec $k=50n+49 \in \mathbb{N}$

Donc $100n+99$ est un nombre impair

3) $2024n+2022m+2020=2(1012n+1011m+1010)=2k$

Avec : $k=1012n+1011m+1010 \in \mathbb{N}$

Donc $2024n+2022m+2020$ est un nombre pair

4) $n^2+7n=n^2+n+6n=n(n+1)+6n$

Or $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc c'est un nombre pair donc :

$n^2+7n=2k+6n=2(k+3n)=2k'$ Avec $k'=k+3n \in \mathbb{N}$

Donc n^2+7n est un nombre pair

5) Etude de la parité $n^2+2024n$

1ére cas : 1cas : si n pair

$n^2 = n \times n$ Est aussi pair car le carré d'un nombre pair et $2024n = 2\times 1012n = 2\times k$ est pair

On a : $n^2 + 2024n$ c'est la somme de deux Nombres pairs

Donc : $n^2 + 2024n$ est pair

2ére cas : 1cas : si n impair

$n^2 = n \times n$ Est aussi impair car le carré d'un nombre impair et $2024n = 2\times 1012n = 2\times k$ est pair

On a : $n^2 + 2024n$ c'est la somme d'un nombre impair et un nombre pair

Donc : $n^2 + 2024n$ est impair

14) $n^3 - n \quad n \in \mathbb{N}$

$n^3 - n = n\left(n^2 - 1\right) = n\left(n^2 - 1^2\right) = n(n-1)(n+1)$

$n^3 - n = (n-1)\times n \times (n+1)$

Est le produit de trois nombres consécutifs donc est un nombre pair

6) $5n^2 + n \quad n \in \mathbb{N}$

$5n^2 + n = 4n^2 + n^2 + n = 4n^2 + n(n+1) = 2\times 2n^2 + 2k = 2\times\left(2n^2 + k\right) = 2\times k'$

Avec : $k' = 6n + 8$ et $k'' = k + k'$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

Donc $5n^2 + n$ est un nombre pair

Exercice06 : On pose que : $a = 2160 \;\; \boldsymbol{et} \;\; b = 4860$

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres $a \;\boldsymbol{et}\; b$.

2) En déduire $PGCD(a;b) \;\boldsymbol{et}\; PPCM(a;b)$.

3) Simplifier $\sqrt{a} \;\boldsymbol{et}\; \sqrt{b}$.

4) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants $a^3 \times b^2$ et $a^2 \times b^3$

5) Montrer que $\sqrt{a\times b}$ est un entier naturel.

6) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductibles.

Corrigé : 1) Décomposition de $a = 2160 \;\; \boldsymbol{et} \;\; b = 4860$

2160	2
1080	2
540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
01	

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$

4860	2
2430	2
1215	3
405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
01	

$4860 = 2^2 \times 3^5 \times 5$

On sait que : Le PGCD est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b

Donc : $PGCD(a;b) = 2^2 \times 3^3 = 4\times 27 = 108$

On sait que : Le PPCM est le produit des facteurs communs et non munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b

Donc : $PPCM(a;b) = 2^4 \times 3^6 \times 5 = 58320$

3) Simplification de : $\sqrt{a} \;\boldsymbol{et}\; \sqrt{b}$.

$\sqrt{a} = \sqrt{2^4 \times 3^3 \times 5} = 4\times 3\times\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$

$\sqrt{b} = \sqrt{2^2 \times 3^6} = 2\times 3^3 = 54$

4) Déterminons la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants $a^3 \times b^2$ et $a^2 \times b^3$

$$a^3 \times b^2 = \left(2^4 \times 3^3 \times 5\right)^3 \times \left(2^2 \times 3^5 \times 5\right)^2 = 2^{16} \times 3^{19} \times 5^5$$

$$a^2 \times b^3 = \left(2^4 \times 3^3 \times 5\right)^2 \times \left(2^2 \times 3^5 \times 5\right)^3 = 2^{14} \times 3^{21} \times 5^5$$

5) Montrons que $\sqrt{a \times b}$ est un entier naturel.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{2^4 \times 3^3 \times 5 \times 2^2 \times 3^5 \times 5} = \sqrt{2^6 \times 3^8 \times 5^2} = 2^3 \times 3^4 \times 5 = 3240$$

6) Écriture du nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductibles.

Methode1 : $\frac{a}{b} = \frac{2^4 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3^5 \times 5} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Methode2 : $\frac{a}{b} = \frac{2160}{4860} = \frac{2160 \div 108}{4860 \div 108} = \frac{4}{9}$

Exercice07 : Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 7^{n+2} - 7^n$; $b = 3 \times 7^{n+1} + 5 \times 7^n$

1) Montrer que : a est un multiple de 3 et que b un multiple de 13

2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b

3) En déduire $PGCD(a;b)$ ***et*** $PPCM(a;b)$.

Corrigé : 1) $a = 7^{n+2} - 7^n = 7^n \times 7^2 - 7^n \times 1 = 7^n \times \left(7^2 - 1\right)$

$a = 48 \times 7^n = 3 \times 16 \times 7^n = 3 \times k$ Avec $k = 16 \times 7^n \in \mathbb{N}$

Donc a est un multiple de 3

On a : $b = 3 \times 7^{n+1} + 5 \times 7^n = 3 \times 7^n \times 7^1 + 5 \times 7^n = 7^n\left(3 \times 7 + 5\right) = 26 \times 7^n = 13 \times 2 \times 7^n = 13 \times k$

Avec : $k = 2 \times 7^n \in \mathbb{N}$

Donc b un multiple de 13

2) Décomposition en produit de facteurs premiers les nombres a et b

On a trouvé que : $a = 3 \times 16 \times 7^n = 2^4 \times 3 \times 7^n$

Et c'est la bonne décomposition en produit de facteurs premiers de a

On a trouvé : $b = 2 \times 7^n \times 13$

Donc : $b = 2 \times 7^n \times 13$ et c'est la bonne décomposition en produit de facteurs premiers de b

3) Déduction du : $PGCD(a;b)$ ***et*** $PPCM(a;b)$.

On a : $a = 2^4 \times 3 \times 7^n$ et $b = 2 \times 7^n \times 13$

On sait que : Le PGCD est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b

Donc : $PGCD(a;b) = 2 \times 3 \times 7^n = 6 \times 7^n$

On sait que : Le PPCM est le produit des facteurs communs et non munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b

Donc : $PPCM(a;b) = 2^4 \times 3 \times 7^n \times 13 = 624 \times 7^n$

Exercice08 : 1) Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $xy = 3x + 2y \quad (1)$

2) Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $x + y + xy = 10 \quad (2)$

Corrigé : 1) Déterminons tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :

$xy = 3x + 2y$ Équivaut à $xy - 3x = 2y$

Équivaut à : $x(y-3) = 2y - 6 + 6$

C'est-à-dire : $x(y-3) = 2(y-3) + 6$

Équivaut à : $x(y-3) - 2(y-3) = 6$

Équivaut à : $(y-3)(x-2) = 2\times 3 = 6\times 1$

Donc : $(x-2)$ et $(y-3)$ sont deux diviseurs de 6.

Par suite : $\begin{cases} x-2=2 \\ y-3=3 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x-2=6 \\ y-3=1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x-2=3 \\ y-3=2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x-2=1 \\ y-3=6 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases}$

Par conséquent les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation (1)

Sont : $(2;6)$ et $(8;4)$ et $(5;5)$ et $(3;9)$.

2) $x + y + xy = 10 \quad (2)$

(2) Equivaut à : $x + y + xy + 1 = 11 + 1$

Équivaut à : $x(1+y) + (y+1) = 11$

Équivaut à : $(y+1)(x+1) = 11$

Donc : $(x+1)$ et $(y+1)$ sont deux diviseurs de 11

Par suite : $\begin{cases} x+1=1 \\ y+1=11 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+1=11 \\ y+1=1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} x=0 \\ y=10 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$

Par conséquent les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation (2)

Sont : $(0;10)$ et $(10;0)$.

Exercice09 : Soit ABCD un parallélogramme et I le milieu du segment $[BC]$ et J le point tel que : $\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JC}$

1) Faire une figure.

2) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{JB}$; $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{JI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

3) Montrer que : $\overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{JI}$

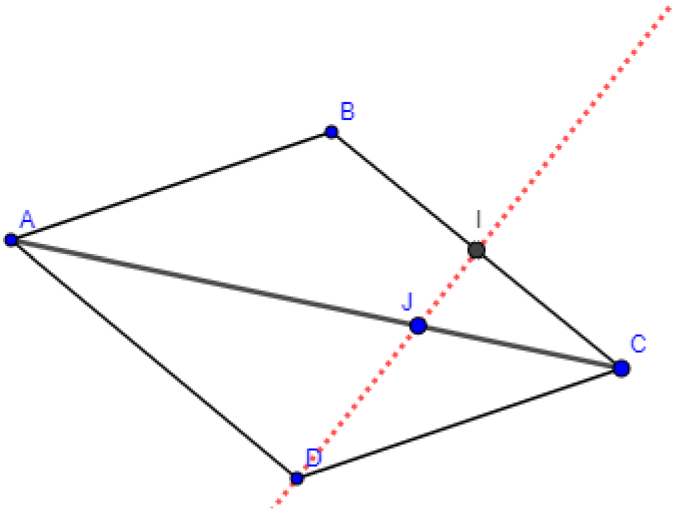
4) Que peut-on dire des points I ; J et D ?

Corrigé : 1) $\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JC}$ Signifie que : $\overrightarrow{JA} = -2\left(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AC}\right)$

Signifie que : $\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{AC}$

Signifie que : $2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AJ}$

Signifie que : $\boxed{\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$ La figure : Voir la figure ci-dessous



2) On a : $\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{JB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}}$

On a aussi : $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}}$

On a aussi : $\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{JI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}}$

3) Montrons que : $\overrightarrow{DI}=3\overrightarrow{JI}$

On a : $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}\right)=3\overrightarrow{JI}$

4) On a : $\overrightarrow{DI}=3\overrightarrow{JI}$ donc : les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{JI}$ sont colinéaires.
Par suite : les points I ; J et D sont alignés

Exercice10 : Soit ABCD un parallélogramme.

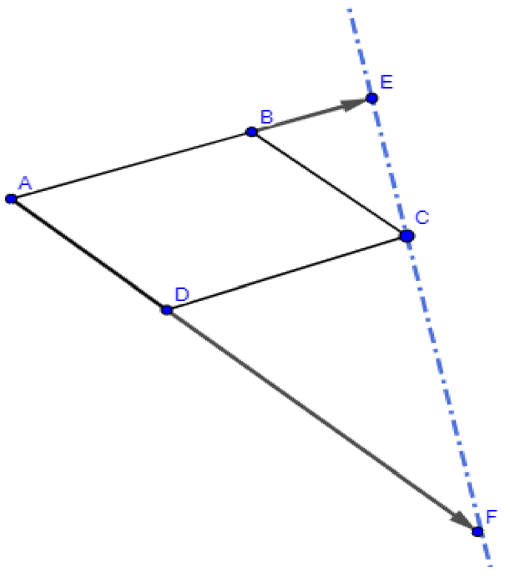
E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure

2) Montrer que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$ et que : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

Corrigé :1) La figure :



2) Montrons que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$

On a : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Montrons que $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

De même : $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

3) Déduisons que : Les points E, F et C sont alignés

On a : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$ donc : $\boxed{-\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ① or $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$

Donc : $\boxed{3\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ②

De : ① et ② En déduit que : $3\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{EF}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{EF}=-3\overrightarrow{CE}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires.

D'où : les points E, F et C sont alignés

Exercice11 : Soit ABCD un trapèze tel que : $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$ et E et F et K sont les milieux respectivement des segments $[AC]$ et $[BD]$; $[CD]$

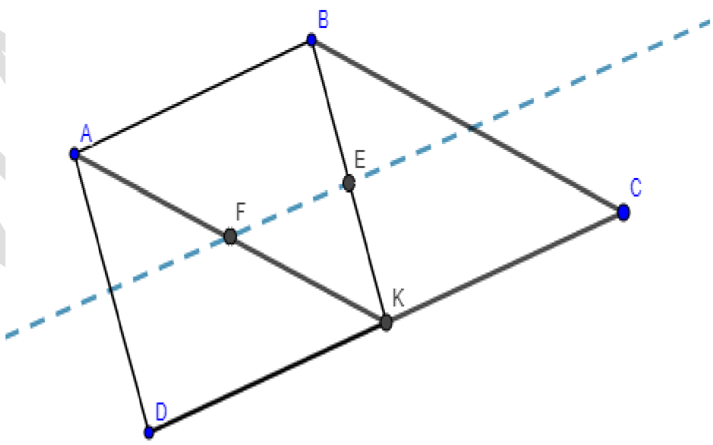
1) Montrer que : ABKD et ABCK sont des parallélogrammes

2) Montrer que : E et F e sont les milieux respectivement des segments $[BK]$ et $[AK]$

3) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

4) Que peut-on dire des deux droites (EF) et (AB) ?

Corrigé : 1) La figure : Voir la figure ci-contre



Montrons que : ABKD et ABCK sont des parallélogrammes

On a : K est le milieu du segment $[DC]$ donc :

$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{KC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ et puisque : $\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

Donc : $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{AB}$ eT par suite : ABKD est un parallélogramme

On a aussi : $\overrightarrow{KC}=\overrightarrow{AB}$ donc : ABCK est un parallélogramme

2) Montrons que E et F sont les milieux respectivement des segments $[BK]$ et $[AK]$

a) puisque : $[AC]$ et $[BK]$ sont les diagonales du parallélogramme ABCK alors ils se coupent en leurs milieux et comme : E est le milieu du segment $[AC]$ alors E est le milieu du segment $[BK]$

B) puisque : $[BD]$ et $[AK]$ sont les diagonales du parallélogramme ABKD alors ils se coupent en leurs milieux et comme : F est le milieu du segment $[AK]$ alors F est le milieu du segment $[BD]$

3) Déduction que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

Dans le triangle ABK on a : E est le milieu du segment $[BK]$ et F est le milieu du segment $[AK]$

Alors : $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{EF}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

4) Puisque les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires alors les deux droites (EF) et (AB) sont parallèles

Exercice12 : Soient ABC un triangle et M un point définie par : $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{AM}$

1) Faire une figure

2) Soit le point M'le projeté de M sur la droite (AB) parallèlement à (AC)

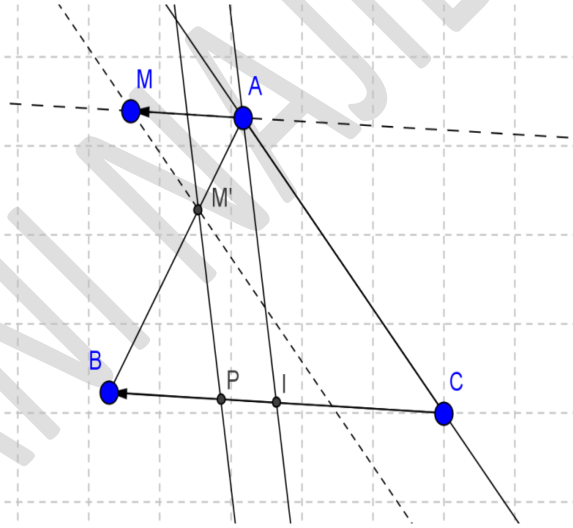
Montrer que : $\overrightarrow{AM'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et en déduire que $\overrightarrow{MM'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

3) Soit I le milieu du segment $[BC]$ et P le point tel que : $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

a) Montrer que $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$

b) En déduire que $(AI)\parallel(PM')$.

Corrigé : 1) La figure



2) $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{AM}$ équivaut à : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

Soit : P la projection sur (AB) parallèlement à (AC)

On a $A\in(AC)$ donc A est invariante par la projection P donc $P(A)=A$

On a $B\in(BC)$ donc B est invariante par la projection P donc $P(B)=B$

On a aussi : $P(C)=A$ et $P(M)=M'$

Et puisque $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et la projection conserve le coefficient d'alignement de trois points

Alors : $\overrightarrow{AM'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

On a $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AM'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

3) a) On a I le milieu du segment $[BC]$ équivaut à : $2\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CB}$

Et on a : $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$ donc : $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times2\overrightarrow{IB}$

Donc : $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$

b) On a : $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$ donc : $IP=\frac{1}{3}IB$ équivaut à : $\frac{IP}{IB}=\frac{1}{3}\ (1)$

De même on a : $\overrightarrow{AM'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ donc : $AM'=\frac{1}{3}AB$ équivaut à : $\frac{AM'}{AB}=\frac{1}{3}\ (2)$

De ① et ② on a $\frac{IP}{IB}=\frac{AM'}{AB}$ et d'après le théorème de Thalès réciproque on a donc :

$(AI)\parallel(PM')$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien