

**Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :**

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice01 :** Deux entiers naturels  $m$  et  $n$  sont dits amicaux, si la somme des diviseurs de  $m$  (Autres que  $m$ ) est égale à  $n$  et simultanément la Somme des diviseurs de  $n$  (autres que  $n$ ) est égale à  $m$ .

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 220 et 284.

2) Vérifier que 220 et 284 sont amicaux.

3) En déduire le : PGCD et le PPCM des nombres 220 et 284.

4) a) En déduire la forme irréductible de la fraction :  $\frac{220}{284}$

b) Déduire la somme suivante :  $\frac{5}{220} + \frac{7}{284}$

c) Simplifier la racine carrée suivant :  $\sqrt{220 \times 284}$  et l'écrire sous la forme  $m\sqrt{n}$  avec  $m$  et  $n$  entiers

**Exercice02 :** Un collectionneur possède 432 timbres Marocains et 384 timbres étrangers.

Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de timbres Marocains et étrangers.

a) Quel nombre maximal de lots peut-il réaliser ?

b) Quel est le nombre total de timbres par lot ?

**Exercice03 :** 1) Déterminer la parité des nombres suivants :  $A = 5^{2021} + 6^{2022}$  ;  $B = 2n^2 + 6n + 120$  ;  $C = 4n^2 + 2n + 5$  ;  $D = (n+3)(n+4) + 2023$  ;  $E = (n+2021) + (n+2022)$  ;  $F = 5n^2 + n$  .

2)  $a$  ;  $b$  et  $c$  trois nombres consécutifs déterminer la parité de :  $a+b+c$  et  $a \times c$

**Exercice04 :** 1) Sans calculer les nombres suivants sont-ils premiers ?

$A = 49 \times 13 + 7$  ;  $B = 5 \times 2 \times 23 + 2022$  ;  $C = 11 \times 45 + 44$

2) a)  $19^2$  est -il premier ? b) 317 est -il premier ?

**Exercice05 :** Soit  $n \in \mathbb{N}$  on pose :  $A = 5^{n+2} - 5^n$  ;  $B = 3^{n+3} + 3^n$

1) Décomposer  $A$  en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6

2) Décomposer  $B$  en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14

3) En déduire  $A \wedge B$  et  $A \vee B$

**Exercice06 :** Soit  $a \in \mathbb{N}$

Montrer que : 6 divise  $(a+1)^3 - a^3 - 1$

**Exercice07 :** Soit  $n$  un entier naturel :

1) Ecrire le nombre :  $n^4 + 4$  sous la forme de différence de deux carrés parfaits

2) Déduire que le nombre  $n^4 + 4$  n'est pas un nombre premier pour tout  $n$  entier naturel

**Exercice08 :** Quels sont les entiers naturels non nuls  $x$  et  $y$  qui vérifient la relation :

$x^2 = y^2 + 2021$  .

**Exercice09 :** Soit ABC est un triangle.

- 1) Construire le point  $D$  tel que :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$
- 2) Construire le point  $E$  tel que :  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- 3) Montrer que :  $A$  est le milieu du segment  $[CE]$

**Exercice10 :** Soient  $O ; A ; B ; M ; N$  et  $P$  des points du plan tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} \text{ et } \overrightarrow{ON} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$

- 1) Faire une figure
- 2) Montrer que : Les points :  $N$  ,  $M$  et  $B$  sont alignés
- 3) Montrer que :  $OMNP$  est un parallélogramme

**Exercice11 :** ABC est un triangle.

- 1) Placer les points  $D, E$  et  $F$  tels que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$  ;  $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$  et  $F$  est le milieu de  $[AC]$ .

2) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de  $\overrightarrow{FE}$

3) a) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AE}$  en fonction de :  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$

b) En déduire un réel  $k$  tel que  $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AE}$

c) Que peut-on alors conclure ?

4) a) Placer le point  $M$  tel que :  $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

b) Placer le point  $G$  symétrique de  $F$  par rapport à  $C$  et montrer que :  $\overrightarrow{GA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$  puis que :

$$\overrightarrow{GD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

c) En déduire la nature du quadrilatère  $AMDG$ .

**Exercice12 :** Soient ABC un triangle et  $M$  et  $N$  et  $D$  des points tels que :

$$\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA} \text{ et } 4\overrightarrow{BN} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} .$$

1) Faire une figure.

2) Montrer que :  $\overrightarrow{MB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$  et que :  $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  .

3) Montrer que : les points  $A$  et  $C$  et  $N$  sont alignés.

4) On considère le point  $E$  du segment  $[AB]$  tel que :  $E \neq A$  et  $E \neq B$  .

Et soit le point  $I$  le projeté de  $E$  sur la droite  $(BD)$  parallèlement à  $(AD)$  .

Et soit le point  $J$  le projeté de  $E$  sur la droite  $(BN)$  parallèlement à  $(AN)$  .

Montrer que :  $(DN) \parallel (IJ)$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

