http://www.xriadiat.com **DL1/D** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers**
- ✓ **Les vecteurs**
- ✓ **La projection**

Exercice01 : Deux entiers naturels m et n sont dits amicaux, si la somme des diviseurs de m (Autres que m) est égale à n et simultanément la Somme des diviseurs de n (autres que n) est égale à m.

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 220 et 284.

2) Vérifier que 220 et 284 sont amicaux.

3) En déduire le : PGCD et le PPMC des nombres 220 et 284.

4) a) En déduire la forme irréductible de la fraction : $\frac{220}{284}$

b) Déduire la somme suivante : $\frac{5}{220}+\frac{7}{284}$

c) Simplifier la racine carrée suivant : $\sqrt{220\times 284}$ et l'écrire sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Corrigé :1) $220=2^2\times5\times11$ et $284=2^2\times71$.

2)Les diviseurs de 220 sont : 1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110 ;220.

Les diviseurs de 284 sont 1;2;4;71;142;284

Calculons la somme des diviseurs de 220 sauf 220 :$1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$

Et Calculons la somme des diviseurs de 284 Sauf le 284 est : $1+2+4+71+142=220$

Conclusion : 220 et 284 sont deux entiers amicaux

3)a) Déduction du : PGCD 220 et 284.

Methode1 : le PGCD des nombres 220 et 284 est le plus grand diviseur commun des deux nombres 220 et 284.

Les diviseurs communs des deux nombres 220 et 284 sont : 1 ; 2 ; 4 et le plus grand est : 4

Donc : $PGCD(284;220)=4$

Methode2 : On a : $220=2^2\times5\times11$ et $284=2^2\times71$.

On applique la règle suivante pour calculer le PGCD (220 ;284) :« Le plus grand diviseur commun de deux nombres est le produit des facteurs premiers communs munis du plus petit des exposants trouvés dans leurs décompositions »

Donc : $PGCD(284;220)=2^2=4$

b) Déduction du : PPMC des nombres 220 et 284.

Methode1 : le PPMC est le produit de tous les facteurs premiers présents dans l'une ou dans l'autre de ces deux décompositions et élever à leur plus grande puissance :

Donc : $PPCM(284;220)=2^2\times5^1\times11^1\times71^1=15620$

Methode2 : On a : $PGCD(612;1530)\times PPCM(612;1530)=612\times1530$

Donc : $PPCM(284;220)=\frac{284\times220}{PGCD(284;220)}=15620$

4) a) Déduction de la forme irréductible de la fraction : $\frac{220}{284}$

Méthode 1 : $\frac{220}{284}=\frac{2^2\times5\times11}{2^2\times71}=\frac{5\times11}{71}=\frac{55}{71}$

Méthode 2 : On divise le numérateur et le dénominateur par le PGCD (220 ;284) donc :

$$\frac{220}{284}=\frac{220\div 4}{284\div 4}=\frac{55}{71}$$

4) a) $\frac{5}{220}+\frac{7}{284}$: Il faut mettre les fractions au même dénominateur :

Le $PPCM(284;220)=15620$ est par définition le plus petit multiple commun de ces nombres :

$15620\div 220=71$ et $15620\div 284=55$

$$\frac{5}{220}+\frac{7}{284}=\frac{5\times 71}{220\times 71}+\frac{7\times 55}{284\times 55}=\frac{355}{15620}+\frac{385}{15620}=\frac{355+385}{15620}=\frac{740}{15620}=\frac{740}{15620}$$

$740=2^2\times 5\times 37$ et $15620=2^2\times 5^1\times 11^1\times 71^1$

Donc : $\frac{5}{220}+\frac{7}{284}=\frac{740}{15620}=\frac{2^2\times 5\times 37}{2^2\times 5^1\times 11^1\times 71^1}=\frac{37}{11^1\times 71^1}=\frac{37}{781}$

<u>Remarque :</u> le $PGCD(37;781)=1$

c) Simplification de la racine carrée suivant : $\sqrt{220\times 284}$

$$\sqrt{220\times 284}=\sqrt{2^2\times 5\times 11\times 2^2\times 71}=2\times\sqrt{5\times 11\times 71}\times 2=4\sqrt{5\times 11\times 71}=4\sqrt{3905}$$

Exercice02 : Un collectionneur possède 432 timbres Marocains et 384 timbres étrangers.
Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de timbres Marocains et étrangers.
a) Quel nombre maximal de lots peut-il réaliser ?
b) Quel est le nombre total de timbres par lot ?

Corrigé :1) a)$432 = 2^4\times 3^3$ et $384 = 2^7\times 3$
PGCD (432, 384) $=2^4\times 3 = 48$ (on ne prend que les facteurs premiers qui apparaissent dans les deux décompositions et on les affecte du plus petit exposant).
Si on souhaite réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de timbres Marocains et étrangers alors le nombre maximal de lots est le plus <u>grand</u> diviseur de 432 et 384
Alors on cherche le PGCD de 432 et 384 car ce nombre doit être un diviseur à la fois de 432 et 384
Or : PGCD (432, 384) = 48
Donc : le nombre maximal de lots à réaliser est 48 lots
b) Le nombre total de timbres Marocains par lot est : $432\div 48=9$
Le nombre total de timbres étrangers par lot est : $384\div 48=8$

Exercice03 : 1) Déterminer la parité des nombres suivants : $A=5^{2021}+6^{2022}$; $B=2n^2+6n+120$; $C=4n^2+2n+5$; $D=(n+3)(n+4)+2023$; $E=(n+2021)+(n+2022)$; $F=5n^2+n$.

2) a ; b et c trois nombres consécutifs déterminer la parité de : $a+b+c$ et $a\times c$

Corrigé :1) Le nombre $A=5^{2021}+6^{2022}$ est impair (somme de deux nombres de différente parité) :
Le nombre 5^{2021} est impair (produit de nombres impairs) et Le nombre 6^{2022} est pair (produit de nombres pairs) .

$B=2n^2+6n+120=2(n^2+3n+60)=2k$ avec : $k=n^2+3n+60$

Donc : $B=2n^2+6n+120$ est pair.

$C=4n^2+2n+4+1=2(2n^2+n+2)+1=2k+1$ Avec : $k=2n^2+n+2$

Donc : $C=4n^2+2n+5$ est impair.

Le nombre $D=(n+3)(n+4)+5$ est impair car $(n+3)(n+4)$ est pair

(Produit de deux nombres consécutifs) et 2023 impair.

Le nombre $E=(n+2021)+(n+2022)$ est impair (somme de deux nombres consécutifs).

$F=5n^2+n=n^2+n+4n^2=n(n+1)+2\times 2n^2$

On a : $n(n+1)$ est pair (produit de deux nombres consécutifs) et $2\times 2n^2=2\times k$ est pair.

Donc : $F=5n^2+n$ est pair.

2)soient : a, b et c trois nombres consécutifs
a) Si a est pair alors a+b+c est impair
Si a est impair alors a+b+c est pair
b) Si a est pair alors c pair donc : ac est pair (produit de deux nombres de même parité).
Si a est impair alors c impair et donc : ac est impair (produit de deux nombres de même parité).

Exercice04 : 1) Sans calculer les nombres suivants sont-ils premiers ?
$A = 49\times13+7$; $B = 5\times2\times23+2022$; $C = 11\times45+44$
2) a) 19² est -il premier ? b) 317 est -il premier ?

Corrigé :1) $A = 49\times13+7$ n'est pas premier car divisible par 7
$B = 5\times2\times23+2022$ n'est pas premier car divisible par 2
$C = 11\times45+44$ n'est pas premier car divisible par 13
2) a) 19² n'est pas premier car divisible par 19
b) les nombres premiers inférieurs a $\sqrt{317}$ sont : 2 ;3 ;5 ;7 ;11 ;13 ;17 et Ils ne divisent pas 317 donc : 317 est premier

Exercice05 : Soit $n\in\mathbb{N}$ on pose : $A = 5^{n+2}-5^n$; $B = 3^{n+3}+3^n$
1) Décomposer A en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6
2) Décomposer B en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14
3) En déduire $A\wedge B$ et $A\vee B$

Corrigé :1*)* $A = 5^{n+2}-5^n = 5^n\times5^2-5^n = 5^n\times\left(5^2-1\right) = 5^n\times24 = 2^3\times3\times5^n$
La décomposition de A en produit de facteurs premiers est : $A = 2^3\times3\times5^n$
$A = 2^3\times3\times5^n = 2\times3\times2^2\times5^n = 6\times\left(2^2\times5^n\right) = 6\times k$
Donc : A est divisible par 6
2) $B = 3^{n+3}+3^n = 3^n\times3^3+3^n = 3^n\times\left(3^3+1\right) = 3^n\times28 = 2^2\times3^3\times7\times3^n = 2^2\times3^{n+3}\times7$
La décomposition de B en produit de facteurs premiers est : $B = 2^2\times3^{n+3}\times7$
$B = 2^2\times3^{n+3}\times7 = 14\times2\times3^{n+3} = 14\times k$ Avec $k = 2\times3^{n+3}$
Donc : B est divisible par 14
3) Déduction de : $A\wedge B$ et $A\vee B$.
On a trouvé : $A = 2^3\times3\times5^n$ et $B = 2^2\times3^{n+3}\times7$
On sait que : Le PGCD est le produit des facteurs premiers communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de A et B
Donc : $A\wedge B = 2^2\times3^1 = 12$ car $1\prec n+3$
On sait que : Le PPCM est le produit des facteurs premiers communs et non munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de A et B
Donc : $A\vee B = 2^3\times3^{n+3}\times5^n\times7 = 56\times3^{n+3}\times5^n = 56\times3^3\times3^n\times5^n = 1512\times15^n$

Exercice06 : Soit $a\in\mathbb{N}$
Montrer que : 6 divise $(a+1)^3-a^3-1$

Corrigé : Soit $a\in\mathbb{N}$
$(a+1)^3-a^3-1 = a^3+3a^2+3a+1-a^3-1 = 3a^2+3a$
$(a+1)^3-a^3-1 = 3a^2+3a = 3a(a+1)$
Or : $a(a+1)$ est le produit de deux nombres consécutifs donc est un nombre pair.
Donc : $a(a+1) = 2k$ avec $k\in\mathbb{N}$
Donc : $(a+1)^3-a^3-1 = 3\times2k = 6k$ et par suite :
$(a+1)^3-a^3-1$ Est un multiple de 6.

Exercice07 : Soit n un entier naturel :

1) Ecrire le nombre : n^4+4 sous la forme de différence de deux carrés parfaits

2) Déduire que le nombre n^4+4 n'est pas un nombre premier pour tout n entier naturel

Corrigé : 1) On a : $n^4+4=n^4+4n^2+4-4n^2=\left(n^2+2\right)^2-4n^2=\left(n^2+2\right)^2-(2n)^2$

2) On a : $n^4+4=\left(n^2+2\right)^2-(2n)^2=\left(n^2+2-2n\right)\left(n^2+2+2n\right)$

Donc : le nombre n^4+4 n'est pas un nombre premier pour tout n entier naturel car il admet au moins deux diviseurs qui sont : n^2+2n+2 et n^2-2n+2 pour tout n entier naturel

Exercice08 : Quels sont les entiers naturels non nuls x et y qui vérifient la relation :

$x^2=y^2+2021$.

Corrigé : $x^2=y^2+2021$ Équivaut à : $x^2-y^2=2021$

Équivaut à : $(x-y)(x+y)=2021$.

Équivaut à : $(x-y)(x+y)=43\times 47=1\times 2021$

Et on a : $x-y\leq x+y$

Donc on a : $\begin{cases}x-y=1\\x+y=2021\end{cases}$ ou $\begin{cases}x-y=43\\x+y=47\end{cases}$ D'où : $\begin{cases}x=1011\\y=1010\end{cases}$ ou $\begin{cases}x=45\\y=2\end{cases}$

Exercice09 : Soit ABC est un triangle.

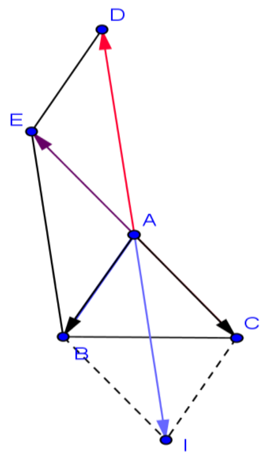
1) Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

2) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

3) Montrer que : A est le milieu du segment $[CE]$

Corrigé : 1) Construction du point D

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$ Signifie que $\overrightarrow{AD}=-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$



2) Construction du point E

On a : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

Donc $ABED$ est un parallélogramme

3) Pour montrer que A est le milieu du segment $[CE]$

il suffit de Montrer que : $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$?

On a : $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

Par suite : A est le milieu du segment $[CE]$

Exercice10 : Soient O ; A ; B ; M ; N et P des points du plan tels que : $\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ et

$\overrightarrow{ON}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OP}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$

1) Faire une figure

2) Montrer que : Les points : N , M et B sont alignés

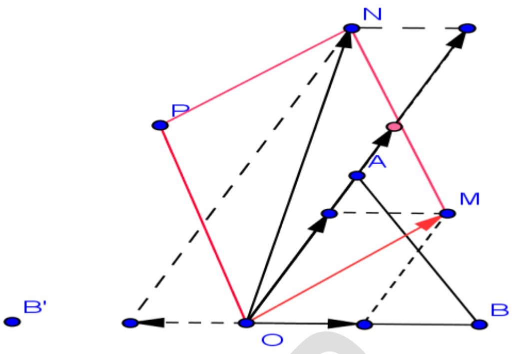
3) Montrer que : $OMNP$ est un parallélogramme

Corrigé : 1) la figure

2) Montrons que Les points : N , M et B sont alignés ?

On a : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}$

Donc : $\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OM}$



Donc : $\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

Donc : $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

Et on a : $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{ON}$ donc : $\overrightarrow{BN}=-\overrightarrow{OB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$

Donc : $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$

Donc : $3\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$ on a alors : $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BM}$.

Par suite : Les points : N , M et B sont alignés

3) Montrons que : $OMNP$ est un parallélogramme ?

On a : $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{ON}$ donc $\overrightarrow{PN}=-\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{ON}$

Donc : $\overrightarrow{PN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}-\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

Donc : $\overrightarrow{PN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ alors : $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{OM}$

Cela signifie que : $OMNP$ est un parallélogramme

Exercice11 : ABC est un triangle.

1)Placer les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et F est le milieu de [AC].

2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{FE}$

3) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AE}$

c) Que peut-on alors conclure ?

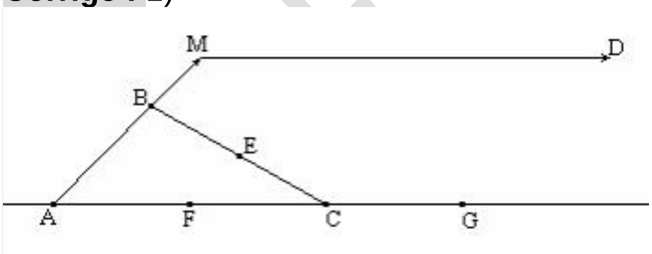
4) a) Placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

b) Placer le point G symétrique de F par rapport à C et montrer que : $\overrightarrow{GA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$ puis que :

$\overrightarrow{GD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

c) En déduire la nature du quadrilatère AMDG.

Corrigé : 1)



2) Dans le triangle ABC, E est le milieu de [BC]

F est le milieu de [AC] Donc d'après le théorème des milieux : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{FE}$

3)a) $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}$ d'après la relation de Chasles

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

b) $3\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ d'où : $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AE}$

c) Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont alors colinéaires et les points A, D et E sont alignés.

4. a) $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ nous donne $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

On a alors $-2\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ (ceci nous permet alors de placer le point M).

b) G est le symétrique de F par rapport à C

D'où C est le milieu de [FG] et $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{FC}$.

$\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

D'où $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ c) On a alors : $\overrightarrow{GD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

D'où : $\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{AM}$ et le quadrilatère AMDG est un parallélogramme.

Exercice12 : Soient ABC un triangle et M et N et D des points tels que :

$\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DM}=2\overrightarrow{DA}$ et $4\overrightarrow{BN}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

1) Faire une figure.

2) Montrer que : $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et que : $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

3) Montrer que : les points A et C et N sont alignés.

4) On considère le point E du segment $[AB]$ tel que : $E\neq A$ et $E\neq B$.

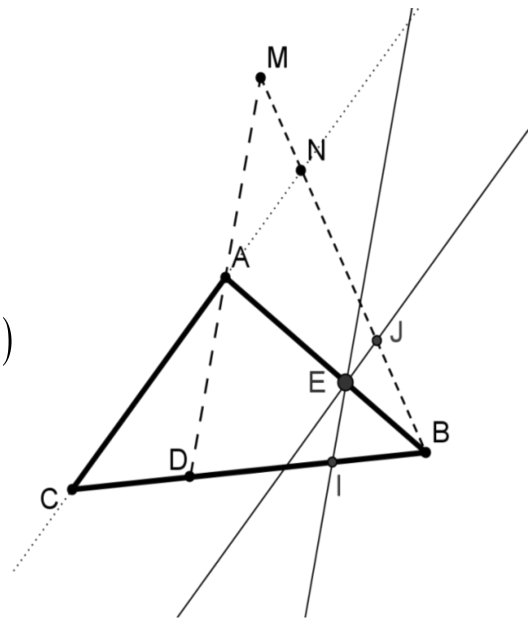
Et soit le point I le projeté de E sur la droite (BD) parallèlement à (AD).

Et soit le point J le projeté de E sur la droite (BN) parallèlement à (AN).

Montrer que : $(DN)\parallel(IJ)$

Corrigé : 1) La figure.

$4\overrightarrow{BN}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ Équivaut à : $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BM}$



2) a) Montrons que : $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}$ donc : $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{MB}=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\right)-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ (relation de Chasles)

Donc : $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}+2\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

(Car : $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$)

Donc : $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

Donc : $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Par suite : $\overrightarrow{MB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{NB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MB}$ donc : $\overrightarrow{NB}=\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$ et par suite : $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

b) Montrons que les points A et C et N sont alignés ?

On a : $\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{BA}$ donc : $\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{NA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ par suite : les points A et C et N sont alignés

4) Montrer que : $(DN) \parallel (IJ)$

• Dans le triangle ABN on a : $(EJ) \parallel (AN)$ donc d'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{BE}{BA} = \frac{BJ}{BN}$ (1)

• Dans le triangle ABD on a : $(EI) \parallel (AD)$ donc d'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{BE}{BA} = \frac{BI}{BD}$ (2)

De : (1) et (2) en déduit que : $\frac{BI}{BD} = \frac{BJ}{BN}$ et puisque les points B et J et N et les points B et I et D sont dans le même ordre alors d'après le théorème de Thalès réciproque on a donc : $(DN) \parallel (IJ)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien