

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers
- ✓ Les vecteurs
- ✓ La projection

Exercice01 : Déterminer tous les diviseurs communs à 375 et 2070

Exercice02 : Déterminer le chiffre x pour que le nombre : $95x2x31x$ Soit divisible par 3 et un nombre impair (Déterminer tous les nombres possibles)

Exercice03 : 1) Décomposer les deux nombres 612 et 1530 en produit de facteurs premiers.

2) En déduire le : PGCD et le PPCM des nombres 612 et 1530

3) a) Déduire la forme irréductible de la fraction : $\frac{612}{1530}$ b) Déduire la somme suivante : $\frac{7}{612} + \frac{3}{1530}$

4) Simplifier la racine carrée suivant : $\sqrt{612 \times 1530}$ et l'écrire sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Exercice04 : 1) Montrer que le produit de deux nombres consécutifs est un nombre pair

2) Montrer que : si $n \in \mathbb{N}$ alors : $n^2 + n$ est un nombre pair et en déduire que les nombres : n et n^2 ont la même parité.

Exercice05 : Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 10^{2n+3} - 10^{2n+1}$; $b = 3 \times 10^{n+1} + 4 \times 10^n$

1) Montrer que : a est un multiple de 11 et que b un multiple de 17

2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b

3) En déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$

Exercice06 : 1) Montrer que le produit de deux nombres consécutifs est un nombre pair

2) Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

a) $2023^2 + 2022^2$ b) $2n^2 + 7$ c) $2022n + 4m + 2021$ d) $n^2 + 2021n + 2023$ e) $n^2 + 8n$

Exercice07 : Soit ABC est un triangle et soient les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{4}{3} \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

1) Faire une figure.

2) Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{5}{6} \overrightarrow{BC}$. 3) Que peut-on déduire ?

Exercice08 : Soit ABC est un triangle. Les points : A' et B' et C' sont les milieux respectivement Des segments $[BC]$; $[AC]$ et $[AB]$

1) Faire une figure et vérifier que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AA'}$

2) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ en fonction de \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BA} et exprimer le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ en fonction De : \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{CB}

b) En déduire que : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

Exercice09 : ABC est un triangle.

Soient D et E deux points du plan tels que : $3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure

2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ et exprimer le vecteur \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

2) b) En déduire que les points : A , E et D sont alignés.

3) Montrer que : $AD \leq \frac{1}{3}(CE + AC)$

Exercice10 : Soit ABCD un parallélogramme. E et F sont deux points tels que :

$$\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AD} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

- 1) Faire une figure
- 2) Montrer que $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EC}$
- 3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

Exercice11 : Soit ABC est un triangle.

Le point I est le milieu du coté $[AB]$ et J est le milieu du coté $[AC]$

Montrer que deux droites (IJ) et (BC) sont parallèles

Exercice12 : Soient ABCD un Parallélogramme de centre O

Soit E un point tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Soit E' la projection de E sur (BC) parallèlement à (AB)

Et soit O' la projection de O sur (BC) parallèlement à (AB)

- 1) a) Faire une figure
- b) Montrer que : O' est le milieu de $[BC]$
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{BE'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et que : $\overrightarrow{EE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

3) Montrer que : $\overrightarrow{OE'} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$

4) La droite (EE') coupe (BD) en K

Montrer que : $\overrightarrow{BD} = -6\overrightarrow{OK}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

