http://www.xriadiat.com **DL1: A** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre : de préparation pour le devoir surveillé n°1 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers**
- ✓ **Les vecteurs**
- ✓ **La projection**

La correction voir http://www.xriadiat.com/

Exercice01 : Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$-4...\mathbb{N}$; $\frac{2}{3}...\mathbb{N}$; $\sqrt{2}...\mathbb{N}$; $\frac{8}{2}...\mathbb{N}$; $-\frac{15}{3}...\mathbb{N}$; $12-32...\mathbb{N}$; $\sqrt{25}...\mathbb{N}$; $2,12...\mathbb{N}$; $0...\mathbb{N}^*$; $-\frac{\sqrt{100}}{3}...\mathbb{N}$

$\pi...\mathbb{N}$; $\{1;2;7\}...\mathbb{N}$; $\{4;-2;12\}...\mathbb{N}$; $\mathbb{N}^*...\mathbb{N}$; $\{0\}...\mathbb{N}$; $10...\{1;8;9;11;12\}$; $5.....\varnothing$

Exercice02 : Déterminer les chiffre x et y pour que :

1) Le nombre : $M=95x2x31x$ soit divisible par 3 et aussi un nombre impair.
(Déterminer tous les nombres possibles)

2) Le nombre : $N=12x34y6$ soit multiple de 4 et de 9 (Déterminer tous les nombres possibles)

Exercice03 : Deux entiers naturels m et n sont dits amicaux, si la somme des diviseurs de m (Autres que m) est égale à n et simultanément la Somme des diviseurs de n (autres que n) Est égale à m.

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 220 et 284.
2) Vérifier que 220 et 284 sont amicaux.

Exercice04 : $a\in\mathbb{N}$ et $b\in\mathbb{N}$;

1) Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.
2) Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair
3) Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Exercice05 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n\in\mathbb{N}$

1) $2n+16$ 2) $10n+5$ 3) $n^2+11n+17$ 4) $n^2+7n+20$
5) n^2+5n 6) n^2+8n 7) n^3-n 8) $5n^2+n$

Exercice06 : Dans une maison nouvellement construite, on veut carreler les sols de certaines pièces.

1) Le sol de la salle à manger est un rectangle de longueur 4,54 m et de largeur 3,75m. On veut carreler cette pièce avec des carreaux carrés de 33 cm de côté. On commence la pose par un coin de la pièce comme le suggère la figure 1.
Calculer le nombre de carreaux non découpés qui auront été posés.

2) Le sol de la cuisine est un rectangle de longueur 4,55 m et de largeur 3,85 m. On veut carreler cette pièce avec un nombre entier de dalles carrées, sans aucune découpe.
a) Donner la liste des diviseurs de 455 puis la liste des diviseurs de 385.
b) Donner la liste des diviseurs communs à 455 et 385.
c) Quel est alors le plus grand côté possible des dalles carrées à utiliser pour carreler cette cuisine ?

3) On dispose de dalles rectangulaires de longueur 24 cm et de largeur 15 cm.
a) Donner la liste des multiples de 24 inférieurs à 400, puis la liste des multiples de 15 inférieurs à 400.

PROF: ATMANI NAJIB

b) Donner la liste des multiples communs à 24 et 15, inférieurs à 400.
c) Quelle serait la longueur du côté de la plus petite pièce carrée qui pourrait être carrelée avec un nombre entier de dalles de ce type, sans aucune découpe ?

Exercice07 : Soient : $n\in\mathbb{N}$ et $m\in\mathbb{N}$ et on pose : $N=(n+4m)^2-n^2$

Montrer que : N est un entier naturel divisible par 8

Exercice08 : Soit $n\in\mathbb{N}^*$

1) Montrer que : n^2+3n+4 et n^2-3n+4 sont des nombres pairs.

2) Montrer que : le nombre n^4-n^2+16 est un multiple de 4

Exercice09 : Soit n est un nombre entier naturel impair

1) Vérifier que : n^2-1 est un multiple de 8 dans cas suivants : $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$

2) Montrer que : n^2-1 est un multiple de 4

3) Montrer que : n^2-1 est un multiple de 8

4) En déduire que : n^4-1 est un multiple de 16

5) Montrer que si n et m sont impairs alors : n^2+m^2+6 est un multiple de 8

Exercice10 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse .
0 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191 ;1004001 et 259

Exercice11 : Soit n un entier naturel :

1) Factoriser le nombre : n^3+1

2) Déduire que le nombre 27000000001 n'est pas un nombre premier.

Exercice12 : On pose : $a=540000$

1) Décomposer en produit de facteurs premiers l'entier a

2) Déterminer le plus petit entier naturel non nul qu'il faut multiplier par a pour trouver un carré parfait

Rappel : On dit qu'un entier naturel *n* est un carré parfait, s'il existe *m* dans $\mathbb{N}$ tel que : $n=m^2$.

Exercice13 : 1) Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants et préciser quand il s'agit d'un nombre premier : 104 ; 3196 ; 1156 ; 863 et 189.

2) En déduire le : PGCD et le PPMC des nombres 3196 et 1156

3)Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 104 pour obtenir un carré parfait ?

4) Rendre la fraction $\frac{3196}{1156}$ irréductible

5) Calculer $\frac{41}{3196}+\frac{21}{1156}$

Exercice14 : Soit $n\in\mathbb{N}$ on pose : $F=\frac{n+9}{n-6}$

1) Montrer que : $F=1+\frac{15}{n-6}$ pour $n\neq 6$

2) En déduire les valeurs de n tel que : F soit un entier naturel

Exercice15 : Soit $n\in\mathbb{N}$ on pose : $a=10^{2n+3}-10^{2n+1}$; $b=3\times10^{n+1}+4\times10^n$

1) Montrer que : *a* est un multiple de 11 et que b un multiple de 17

2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b

3) En déduire $a\wedge b$ et $a\vee b$

Exercice16 : 1) a) Déterminer tous les diviseurs de 22

b) En déduire tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :

$(x+2)(y+1)=22\quad(1)$

2) Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :

$x+xy+y=30\quad(2)$

Exercice17 : Soit ABC est un triangle.

1) Soit le vecteur : $\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{5}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

2) Soit le vecteur : $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

a) Exprimer le vecteur $\vec{v}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Montrer que les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires sachant que : $\vec{w} = 9\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

Exercice18 : Soit ABC est un triangle. E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure

2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BE}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BF}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

4) En déduire que : Les points E, F et B sont alignés

Exercice19 : Soit ABC est un triangle. I et J sont deux points tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$

1) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IC}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

2) Déduisez que : les droites (IC) et (BJ) sont parallèles

Exercice20 : Soient ABC est un triangle et I et I' deux points tel que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que I' est par la projection de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC)

2) Soit M est le milieu de [BC] ; la droite (AM) coupe la droite (II') en G

Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB